

Д. О. Чернобаєва, О. М. Мелашенко, Л. М. Рижков

РОБАСТНА МАГНІТНА СТАБІЛІЗАЦІЯ КУТОВОГО ПОЛОЖЕННЯ МІКРОСУПУТНИКА

Вступ

Рух мікросупутника (МС) відносно центра мас (обертальний рух) є значно більш чутливим по відношенню до зовнішніх збурень, ніж рух центру мас за траєкторією, котрий взагалі їх не помічає. Саме тому системи керування (СК) кутовим рухом МС, або, іншими словами, СК рухом МС відносно центра мас, як правило, є найбільш складною та відповідальною частиною бортового обладнання. Ефективність застосування МС та, відповідно, ефективність виконуваних ними практичних задач суттєво залежить від функціональних можливостей цих систем, а також їх технічних та експлуатаційних характеристик. Функціональні можливості СК кутовим рухом МС неабияким чином залежать від алгоритму, за яким синтезується регулятор. Найбільш розповсюдженим методом, за яким сьогодні реалізуються СК з котушковими магнітними виконавчими органами (КМВО), є метод із використанням регулятора із постійним коефіцієнтом підсилення – лінійно-квадратичного (ЛК) – регулятора [1, 2, 3, 4, 5]. У роботі [6] для порівняння було синтезовано СК із ЛК-регулятором для неточної моделі МПЗ і порівняно з СК, в якій було використано регулятор, розрахований за змішаним H_2/H_∞ -критерієм. Результати [6] показали що за невизначеності моделі МПЗ, якість перехідних процесів по всіх 3-х каналах істотно погіршилася для системи з ЛК-регулятором, в той час як на стійкість це не вплинуло. Одночасно з цим у тій же роботі виявлено, що при використанні робастного регулятора, невизначеність МПЗ суттєвим чином не впливає на якісні характеристики перехідного процесу.

Постановка задачі

Метою даної праці є здійснення багатокритеріальної оптимізації на основі методу змішаного H_∞/H_2 синтезу із заданням бажаної області розташування полюсів замкненої системи для багатовимірної моделі МС з КМВО, в якій врахована невизначеність параметрів МПЗ.

Рівняння кутового руху МС

Розглядатимемо рух МС в орбітальній системі координат (ОСК) $O_1X_0Y_0Z_0$ (рис. 1), центр O_1 якої збігається з центром мас МС. Згідно рис. 1 вісь O_1X_0 розташована в площині орбіти і напрямлена

вздовж вектора лінійної швидкості МС, вісь O_1Z_0 напрямлена вздовж радіуса-вектора супутника до центра Землі і вісь O_1Y_0 напрямлена так, щоб утворити праву СК. Вздовж осі O_1Y_0 напрямлений вектор орбітальної кутової швидкості МС $\vec{\omega}_{O1}^0 = (0, -\omega_0, 0)^T$, записаний в проєкціях на осі орбітальної СК.

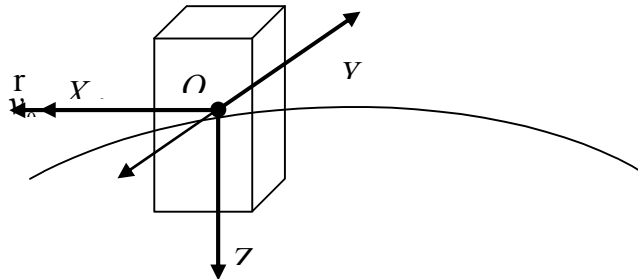


Рис. 1. СК, що описують положення МС у просторі

Отримаємо наступні кінцеві рівняння кутового руху супутника відносно його центра мас відповідно по кутах крену φ , тангажу θ та ристання ψ :

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + (1 + k_x)\omega_0\dot{\psi} - 4k_x\omega_0^2\varphi = \frac{1}{I_x}(M_{z\delta x} + M_{kx}), \\ \ddot{\theta} + 3k_y\omega_0^2\theta = \frac{1}{I_y}(M_{z\delta y} + M_{ky}), \\ \ddot{\psi} - (1 - k_z)\omega_0\dot{\varphi} + k_z\omega_0^2\psi = \frac{1}{I_z}(M_{z\delta z} + M_{kz}), \end{cases} \quad (1)$$

де $k_x = (I_z - I_y)/I_x$; $k_y = (I_x - I_z)/I_y$; $k_z = (I_y - I_x)/I_z$; I_x, I_y, I_z – моменти інерції, $M_{z\delta x}, M_{z\delta y}, M_{z\delta z}$ – моменти збурення, M_{kx}, M_{ky}, M_{kz} – моменти керування супутника відносно його головних центральних осей.

Формула, що пояснює природу виникнення моменту керування в магнітній системі керування виглядає наступним чином:

$$\vec{M}_k = \vec{F} \times \vec{H}, \quad (2)$$

де \vec{H} – вектор магнітної напруженості магнітного поля Землі, \vec{F} – вектор магнітного моменту супутника, який необхідно орієнтувати певним чином відносно зв'язаних осей супутника.

Іноді формулу (2) записують як:

$$\vec{M}_k = \vec{F} \times \vec{B}, \quad (3)$$

де \vec{B} – вектор індукції МПЗ. В даному випадку це не має значення оскільки розглядають магнітне поле у вакуумі, тоді \vec{H} та \vec{B} зв'язані простою залежністю:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H},$$

де $\mu_0 = \text{const}$ – магнітна стала.

Модель осередненої магнітної СК в просторі станів

При подальшому синтезі магнітної СК МС будемо використовувати модель МС у просторі станів:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B_{dist}\vec{\omega} + B_{cntr}(t)\vec{u}, \\ \vec{y} = C\vec{x} + D_{dist}\vec{\omega} + D_{cntr}\vec{u}, \end{cases} \quad (4)$$

де $\vec{x} \equiv \vec{y} = \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$, \vec{x} – вектор стану, \vec{y} – вихідний вектор, який

використовується для регулювання; $\vec{\omega} = \begin{bmatrix} M_{\delta x} \\ M_{\delta y} \\ M_{\delta z} \end{bmatrix}$ – вектор збурень; $\vec{u} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$

– вектор сигналу керування, що є магнітним моментом МС, згенерованим взаємоортогональними котушками за певним законом керування.

Для розглянутої системи керування, виходячи з рівнянь (1) і (2), матриці простору станів набудуть наступного вигляду:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4k_x\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(1+k_x)\omega_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3k_y\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & (1-k_z)\omega_0 & 0 & 0 & -k_z\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = [B_{dist} \quad B_{cntr}(t)],$$

де відповідно $B_{dist} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix}$, $B_{cntr}(t) = \frac{1}{B^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{-B_y^2 - B_z^2}{I_x} & \frac{B_x B_y}{I_x} & \frac{B_x B_z}{I_x} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{B_x B_y}{I_y} & \frac{-B_x^2 - B_z^2}{I_y} & \frac{B_y B_z}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{B_x B_z}{I_z} & \frac{B_y B_z}{I_z} & \frac{-B_x^2 - B_y^2}{I_z} \end{bmatrix}$.

Для спрощення реалізації використовуємо осереднену стаціонарну модель, в якій вектор індукції МПЗ обчислюється згідно виразу:

$$\bar{B} = \frac{1}{T_{orb}} \int_0^{T_{orb}} B(t) dt. \quad (5)$$

Будемо нехтувати позадіагональними елементами матриці передачі керування, які суттєво не впливають на здійснення керування[1, 3]. В результаті отримаємо наступну матрицю передачі керування:

$$\bar{B}_{contr} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{g_x}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{g_y}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-g_z}{I_z} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де $g_x = \frac{-B_y^2 - B_z^2}{B^2}$, $g_y = \frac{-B_x^2 - B_z^2}{B^2}$, $g_z = \frac{-B_x^2 - B_y^2}{B^2}$.

$$C = eye(6); D = [D_{dist} \quad D_{contr}] = zeros(6).$$

Схема моделювання МС з наведеними вище матрицями простору станів в середовищі *MatlabSimulink* буде виглядати так:

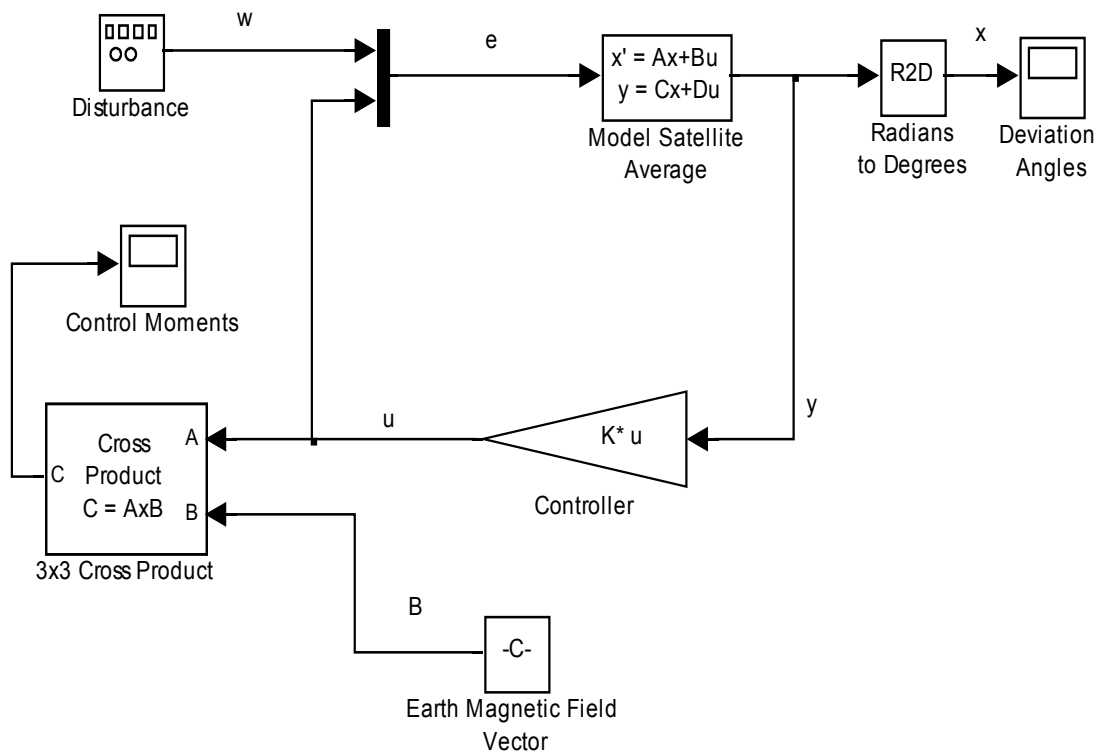


Рис.2. Схема моделювання усередненої моделі магнітної СС МС в середовищі *MatlabSimulink*

Перехід до параметрично невизначеної моделі СК МС

Оскільки вектор індукції МПЗ весь час змінюється по мірі руху МС по орбіті, і навіть при осередненні система залишається параметрично залежною, оскільки величини $\mathbf{g}_x, \mathbf{g}_y, \mathbf{g}_z$ матриці передачі керування є

функціями, що залежать від магнітного нахилення, то є необхідність здійснення переходу до параметрично-невизначеної осередненої моделі СК. Зробимо це за допомогою афінної моделі, яка широко використовується при описанні параметрично-залежних моделей і яка має наступний загальний вид [7]:

$$S(p) = S_0 + p_1 S_1 + \dots + p_n S_n, \quad (7)$$

де $\vec{p} = (p_1, \dots, p_n)$ – вектор змінних параметрів, від яких залежить система, а «коефіцієнти» S_1, \dots, S_n характеризують цю залежність і, в свою чергу, записуються як:

$$S_i = \begin{pmatrix} A_i + jE_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}, \quad (8)$$

для параметрично-залежної моделі простору станів:

$$\begin{cases} E(p)\dot{x} = A(p)x + B(p)u, \\ y = C(p)x + D(p)u. \end{cases} \quad (9)$$

Для нашого випадку $\vec{p} = (\mathbf{g}_x, \mathbf{g}_y, \mathbf{g}_z)$, а коефіцієнти (8) будуть такими $S_i = \begin{pmatrix} 0 & [0 \ \overline{B_{ctrl}}] \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, оскільки змінюватиметься лише матриця коефіцієнтів при сигналі керування.

Формування афінної параметрично-залежної моделі здійснюватимемо за допомогою за середовища *Matlab Simulink* використовуючи функцію:

$$pds = psys(pv, [s0, s1, s2, s3]),$$

де p_v – вектор \vec{p} змінних параметрів, що задаються інтервально діапазоном між мінімальним і максимальним значеннями параметрів, які змінюються;

s_0 – матриця з елементами, які не зазнають варіації, причому елемент що зазнає варіації є нульовим;

s_1, s_2, s_3 – матриці, в яких відмінними від нуля є тільки невизначені елементи;

pds – параметрично-залежна модель СК МС.

Отримавши афінну модель pds , здійснюємо перехід до політопної моделі за допомогою функції $pol=aff2pol(pds)$ (рис. 3):

Політопна модель параметрично-невизначеного об'єкту керування є опуклою інтерполяцією множини об'єктів керування в різних робочих точках.

Політопна модель по суті є також параметрично залежною моделлю, але в ній єдиним параметром залежності є час, який не обмежено інтервалом, тобто політопна модель описує нестационарні лінійні моделі. Описується політопна модель наступним виразом:

$$S(t) = \{ \sum_{i=1}^k \alpha_i S_i : \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \}, \quad (10)$$

де α_i – деякі константи, S_i – вершини політопу, а k – кількість цих вершин, тобто кількість матриць, параметри яких є відомими.

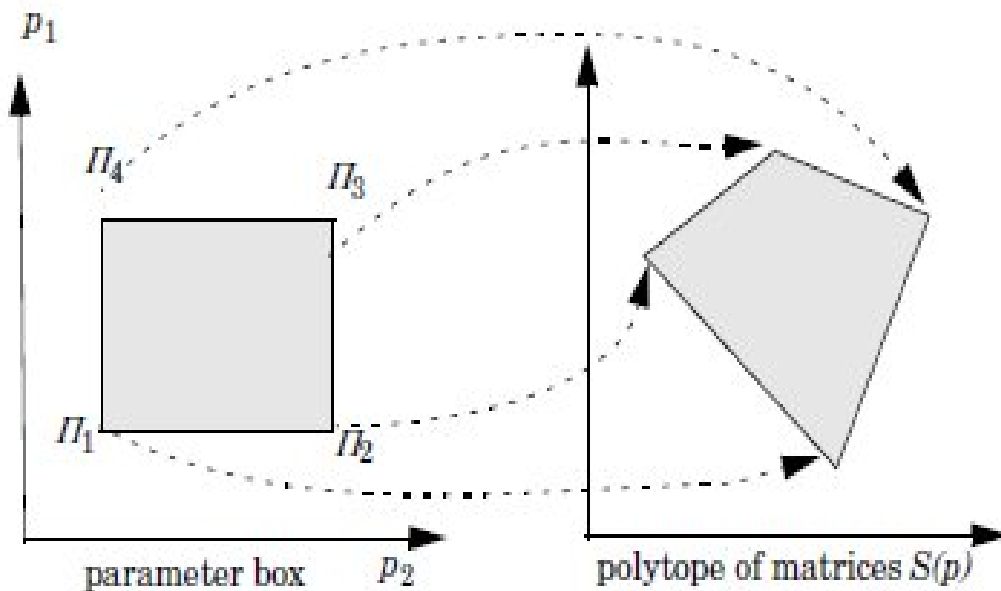


Рис. 3. Здійснення переходу від афінної до політопної моделі системи

Сутність політопної моделі полягає в тому, що забезпечивши системі бажану якість у вершинах політопу, ми внаслідок його опуклості гарантуємо цю якість для кожної точки, що потрапляє в означений інтервал зміни параметрів.

Оптимізація магнітної СК МС за нормами простору Харді H_2 та H_∞

Перепишемо рівняння зваженої СК у просторі станів:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B_{dist}\vec{w} + B_{centr}\vec{u}, \\ \vec{z}_\infty = C_1\vec{x} + D_{11}\vec{w} + D_{12}\vec{u}, \\ \vec{z}_2 = C_2\vec{x} + D_{21}\vec{w} + D_{22}\vec{u}. \end{cases} \quad (11)$$

При цьому замкнену СК керування можна подати в наступному узагальненому вигляді.

Тут $P(s)$ – передавальна функція об’єкта керування; $K(s)$ – передавальна функція регулятора; z_∞ – вихід, який використовується для синтезу за H_∞ нормою; z_2 – вихід, який використовується для синтезу за H_2 нормою.

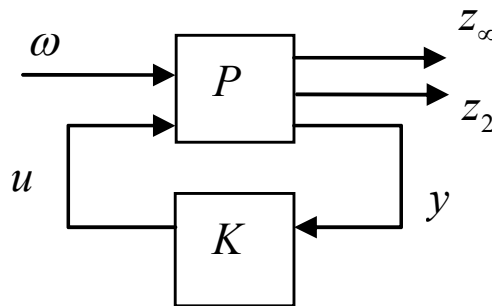


Рис. 4. Узагальнена схема СК МС з виходами якості

Для синтезу регулятора будемо використовувати метод багатокритеріального синтезу регулятора, що здійснюється за допомогою функції *msfsyn*, яка розраховує коефіцієнти регулятора, використовуючи при цьому сигнал для керування \vec{u} , що містить інформацію про повний фазовий вектор стану \vec{x} .

Оптимізація відбувається на основі наступних критеріїв:

$$\begin{cases} \|T_\infty\|_\infty < \gamma_0, \quad \gamma_0 > 0, \\ \|T_2\|_2 < \nu_0, \quad \nu_0 > 0, \\ \min_L (\alpha \|T_\infty\|_\infty^2 + \beta \|T_2\|_2^2). \end{cases} \quad (12)$$

де $T_\infty(s)$ – передавальна функція від збурення $\vec{\omega}$, що діє на систему, до виходу z_∞ ; $T_2(s)$ – передавальна функція від збурення $\vec{\omega}$ до виходу z_2 ; γ_0, ν_0 – верхні межі H_∞ та H_2 норм передавальних функцій $T_\infty(s)$ та $T_2(s)$ відповідно; α, β – вагові коефіцієнти.

Розрахований робастний регулятор є матрицею коефіцієнтів, розмірності $n \times l$, де n – це кількість виходів для керування, а l – це

кількість керуючих сигналів що подаються на виконавчий механізм. В нашому випадку матриця регулятора K має наступний вид:

$$K = \begin{bmatrix} 0.1848 & 216.0229 & 0 & 0 & 0.0902 & -2.7937 \\ 0 & 0 & 0.1863 & 193.2483 & 0 & 0 \\ -0.2940 & -241.1563 & 0 & 0 & 1.016763 & 2.0007 \end{bmatrix}$$

Результати роботи СС МС з робастним регулятором для осередненої моделі з параметрами залежності, що змінюються в межах $\pm 10\%$ від номінального значення, показані на графіках рис. 5, 6:

Висновки

Використаний у роботі багатокритеріальний підхід до синтезу регулятора для багатовимірної системи є особливим тим, що дозволяє досягти компромісу між виконанням вимог щодо якісних характеристик і виконанням умови стійкості у заданому діапазоні невизначеності СК.

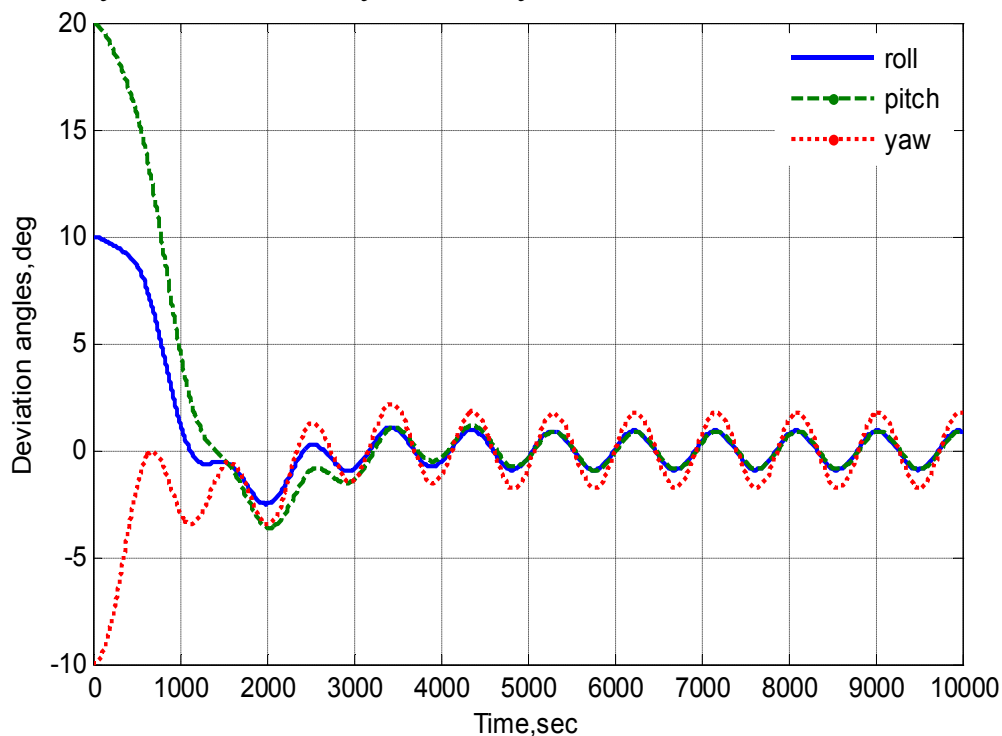


Рис. 5. Кутові відхилення МС по каналах крену, тангажу та ристання

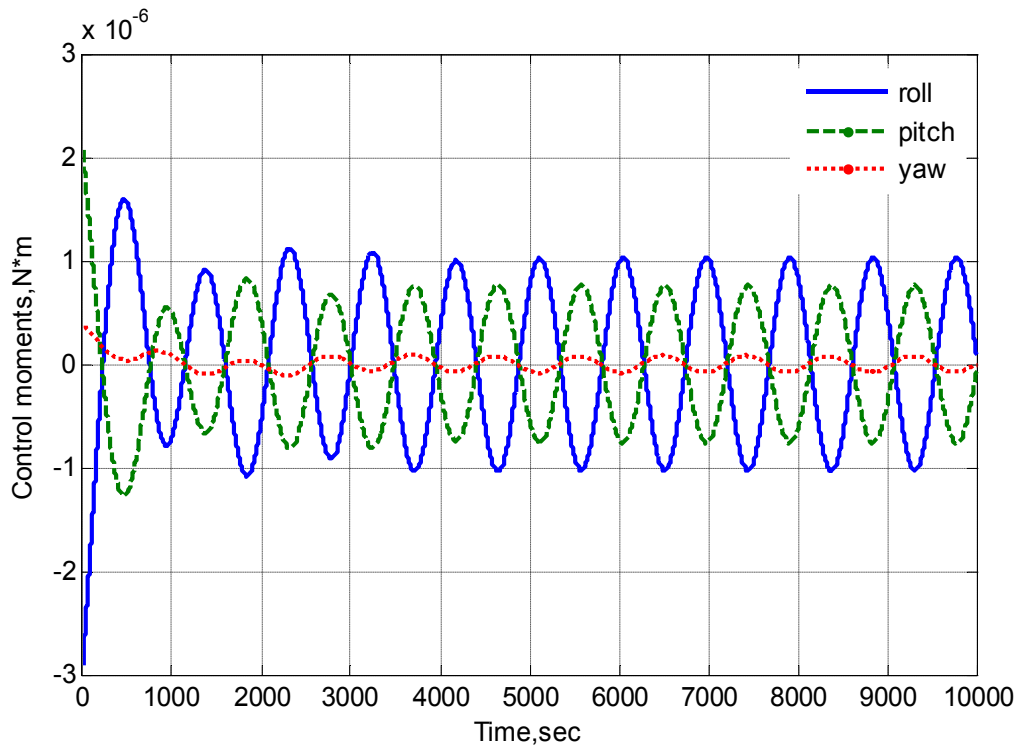


Рис. 6. Механічні моменти керування по каналах крену, тангажу та ристання

Для осередненої моделі керування з параметричною невизначеністю СКВ 10%, що викликана нестационарністю вектора індукції МПЗ, робастний регулятор показав задовільні якісні результати:

- час перехідного процесу не перевищує 6000 секунд;
- амплітуда коливань МС в усталеному режимі не перевищує 3^0 по всіх трьох каналах;
- максимальні моменти керування не перевищують лімітів, встановлених виходячи з реальних можливостей КМВО.

Перевага використання даного підходу виявляється у здатності працювати з політопними моделями, що дозволяє зекономити ресурси бортових обчислювачів. Дійсно, як бачимо, достатньо провести синтез лише для декількох (в нашому випадку 8) «вершинних» систем, щоб забезпечити оптимальну реалізацію СК для значно більшої кількості варіантів систем, що знаходяться між заданими «вершинними». Іншими словами, достатньо здійснити синтез регулятора для системи у найгірших випадках, тобто у випадках, коли певний параметр зазнає максимально допустимого відхилення від номінального значення.

Обраний підхід оптимізації СК дозволяє задавати область розташування полюсів замкненої системи, що дає змогу регулювати такі показники, як час перехідного процесу, коливальність, перерегулювання тощо.

Список використаної літератури

1. *Barry S. Leonard*, NPSAT1 Magnetic Attitude Control System, NavalPostgraduate School, 699 Dyer Rd., Rm. 137, Code (AA/Lb), Monterey, CA 93943-5106//
 2. *R. Wisniewski*, Linear Time Varying Approach to Satellite Attitude Control Using only electromagnetic actuation, Aalborg University, Department of Control Engineering, Bajersvej 7, DK-9220 Aalborg Ø, Denmark//
 3. *Kristin L. Makovec, Andrew J. Turner, Christopher D. Hall*, Design and Implementation of a Nanosatellite Attitude Determination and Control System.
 4. *B. S. Gregory*, Attitude Control System Design for ION, the Illinois Observing Nanosatellite, B.S., Marquette University, 2001.
 5. *Мелащенко О. М., Рижков Л. М.* Синтез гравітаційно-магнітної системи стабілізації мікросупутника //Механіка гіроскопічних систем. – 2008. – Вип.19. – С.76–86.
 6. *Мелащенко О. М., Рижков Л. М.* Оптимізація магнітної системи стабілізації мікросупутника за змішаним H_2/H_∞ - критерієм // Приладобудування та інформаційно-вимірвальна техніка. – 2008. – Вип.62. – С.89-93.
- P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, M. Chilali*, LMI Control Toolbox User's Guide, For Use with MATLAB , The MathWorks, Inc.,1995.