

УДК 531.383

**О. В. Прохорчук, І. С. Студзінська****КОМБІНОВАНИЙ СПОСТЕРІГАЧ КАЛМАНІВСЬКОГО  
ТИПУ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ПОХИБОК ІНТЕГРОВАНОЇ БІНС/СНС  
СИСТЕМИ****Вступ**

По мірі підвищення вимог до точності та надійності систем орієнтації та навігації все більшого значення набуває пошук ефективних методів та алгоритмів компенсації їх похибок в реальному часі. Для розв'язання цієї проблеми здебільшого використовуються два підходи: введення до складу системи орієнтації та навігації додаткових вимірювачів [1–3] та алгоритмічні підходи [3–5]. Найчастіше під алгоритмічним підходом розуміють використання тієї чи іншої модифікації спостерігачів калманівського типу [6–8]. Так, при використанні лінійної моделі похибок інерціальної навігаційної системи (ІНС) і апроксимації Гаусса випадкових впливів і перешкод вимірів, при синтезі алгоритмів інтегрованих систем ІНС/супутникової навігаційної системи (СНС) успішно застосовується традиційна форма оптимального фільтра Калмана.

З огляду на важливу роль алгоритмічного забезпечення безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС) і інтегрованих навігаційних систем, у даний час продовжуються розробки нових модифікацій фільтра Калмана, для підвищення точності і достовірності навігаційної інформації в умовах невизначеності.

В статті запропоновано модифікований алгоритм спостерігача калманівського типу, до складу якого входять два контури фільтра Калмана (ФК) та реалізується процедура уточнення коваріаційної матриці помилок прогнозу для підвищення точності оцінки похибок інтегрованої системи орієнтації та навігації, побудованої на базі мікромеханічної БІНС та СНС.

**Постановка задачі**

Використання спостерігачів калманівського типу дає можливість розв'язати задачу відновлення всього вектора стану системи за неповними, зашумленими вимірюваннями в реальному часі, тобто по мірі надходження вимірювань з датчиків первинної інформації, забезпечуючи мінімум середньоквадратичної похибки оцінювання змінних стану. Важливу роль при цьому відіграє розрахунок та уточнення коваріаційної матриці

прогнозу та коваріаційної матриці оцінки похибок системи в процесі її роботи.

В роботі ставиться задача підвищення точності інтегрованої системи орієнтації та навігації за рахунок одночасного використання двох алгоритмів ФК у комбінованому спостерігачі з метою уточнення коваріаційних матриць похибок прогнозу та оцінювання вектора стану системи.

### **Розробка комбінованого спостерігача інтегрованої БНС/СНС системи**

Нехай динаміка системи описується лінійними диференціальними рівняннями, у загальному випадку – із коефіцієнтами, що змінюються в часі. Тоді такі рівняння можна звести до системи з  $n$  диференціальних рівнянь першого порядку. Об'єднавши  $n$  змінних  $x_i(t)$ , що описують динаміку системи, у вектор  $X(t)$ , одержимо систему диференціальних рівнянь у матричному вигляді:

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t) + G(t)W(t), \quad (1)$$

де  $X(t)$  – вектор стану системи;  $U(t)$  – вектор відомих вхідних впливів (у тому числі сигналів керування);  $W(t)$  – вектор випадкових вхідних впливів;  $A(t)$ ,  $G(t)$ ,  $B(t)$  – матриці, які називаються відповідно матрицею стану, матрицею керування і матрицею вхідних впливів, і утворені з відповідних коефіцієнтів диференціальних рівнянь першого порядку, що описують динаміку.

Як правило, безпосередньому вимірюванню доступна тільки частина змінних  $x_i(t)$  або їх лінійних комбінацій. Вектор вимірів  $Y(t)$  відображає, які змінні стану вимірюються. Тоді з урахуванням можливих перешкод

$$Y(t) = C(t)X(t) + V(t), \quad (2)$$

де  $C(t)$  – матриця зв'язку  $Y(t)$  і  $X(t)$ ;  $V(t)$  – вектор випадкових шумів вимірювання.

Під час обробки сигналів у цифровому обчислювальному пристрої (ЦОП) або спеціалізованому мікропроцесорі сигнали вимірів надходять у дискретні моменти часу  $t_k = k \cdot \Delta t$  ( $\Delta t$  – крок дискретизації,  $k=1, 2, \dots$ ). У цьому випадку вектор вимірів  $Y(t)$  (2) набуває вигляду

$$Y(k) = C(k)X(k) + V(k), \quad (3)$$

де  $Y(k) = Y(t_k)$ ;  $C(k) = C(t_k)$ ;  $V(k) = V(t_k)$ .

Перейдемо від диференціальних рівнянь (1) до еквівалентних різницевих:

$$X(k+1) = A_{\Delta}(k+1, k)X(k) + G_{\Delta}(k+1, k)U(k) + B_{\Delta}(k+1, k)W(k), \quad (4)$$

де  $X(k) = X(t_k)$ ;  $U(k) = U(t_k)$ ;  $W(k) = W(t_k)$ ;  $A_{\Delta}(k+1, k) = \Phi(t_{k+1}, t_k)$ ;

$$G_{\Delta}(k+1, k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau) \cdot G(\tau) d\tau; \quad B_{\Delta}(k+1, k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau) \cdot B(\tau) d\tau,$$

$\Phi(t_{k+1}, t_k)$  – фундаментальна матриця системи (1).

Алгоритм оцінки (відновлення) вектора стану  $X(k+1)$  описується наступними рекурентними рівняннями (рівняння дискретного ОФК):

– однокрокове прогнозування  $\hat{X}(k+1, k)$  оцінки вектора стану  $X(k+1)$  за даними на  $k$ -ому кроці:

$$\hat{X}(k+1, k) = A_{\Delta}(k+1, k)\hat{X}(k) + G_{\Delta}(k+1, k)U(k); \quad (5)$$

– обчислення оцінки  $\hat{X}(k+1)$  вектора стану  $X(k+1)$  з урахуванням вимірів  $Y(k+1)$ , що надійшли у момент  $t_{k+1} = (k+1)\Delta t$

$$\hat{X}(k+1) = \hat{X}(k+1, k) + K(k+1) \left[ Y(k+1) - C(k+1)\hat{X}(k+1, k) \right]. \quad (6)$$

Позначимо через  $Q(k)$  і  $R(k)$  матриці дисперсій випадкових процесів  $W(k)$  і  $V(k)$  відповідно. Тоді матриця  $K(k+1)$  оптимальних коефіцієнтів підсилення ОФК визначається за допомогою наступної рекурентної процедури:

$$K(k+1) = P(k+1, k)C^m(k+1) \left[ C(k+1)P(k+1, k)C^m(k+1) + R(k+1) \right]^{-1}; \quad (7)$$

$$P(k+1, k) = A_{\Delta}(k+1, k)P(k)A_{\Delta}^m(k+1, k) + B_{\Delta}(k+1, k)Q(k)B_{\Delta}^m(k+1, k); \quad (8)$$

$$P(k+1) = [I - K(k+1)C(k+1)]P(k+1, k), \quad (9)$$

де  $P(k+1, k)$ ,  $P(k+1)$  – коваріаційні матриці помилок прогнозування  $E(k+1, k)$  і помилок оцінки  $E(k+1)$  відповідно:

$$E(k+1, k) = X(k+1) - \hat{X}(k+1, k); \quad (10)$$

$$E(k+1) = X(k+1) - \hat{X}(k+1). \quad (11)$$

Початкові умови, необхідні для роботи рекурентних алгоритмів (5)-(9), мають вигляд:

$$\hat{X}(t_0) = \bar{X}_0; \quad P(t_0) = P_0. \quad (12)$$

Для того, щоб можна було відновити усі  $n$  змінних стану  $x_i(k)$  за вимірами  $Y(k)$ , необхідно, щоб виконувалася умова повного спостереження.

ОФК, що описується рівняннями (5) – (9), являє собою найкращий, з точки зору мінімуму середнього квадрата помилки (11), лінійний алгоритм оцінювання, незалежно від виду розподілу випадкових процесів  $W(t)$  і  $V(t)$ .

Основною особливістю розробленого комбінованого спостерігача є одночасне використання двох алгоритмів ФК1 та ФК2 (5) – (9). Для розрахунку коваріаційної матриці помилок оцінки системи (9) в ФК2 використовується уточнене значення коваріаційної матриці помилок прогнозу (8), отримане шляхом поелементного порівняння коваріаційної матриці помилок прогнозу ФК2 та коваріаційної матриці помилок оцінки ФК1.

Розглянемо на рис. 1 блок–діаграму роботи інтегрованої системи, алгоритм обробки первинної інформації якої базується на використанні запропонованого комбінованого спостерігача калманівського типу.

На блок–діаграмі присутні наступні позначення:

ІВП – інерціальний вимірювальний пристрій;

$X_N, X_E, X_D$  – положення системи, отримане з ІНС;

$\phi, \lambda, H, t$  – широта, довгота, висота і час відповідно (вихідний сигнал СНС).

### **Напівнатурне моделювання роботи системи**

Представлений в цій роботі алгоритм був застосований до інтегрованої системи орієнтації та навігації, побудованої на базі мікромеханічної БНС та СНС.

Для спрощення системи приймалося наступне:

- швидкість обертання Землі дорівнює нулю;
- поверхня Землі плоска;
- рух, близький до поверхні Землі або ж по Землі.

Тоді можна записати, що:  $H = const$ ;  $\phi = \theta = 0$ .

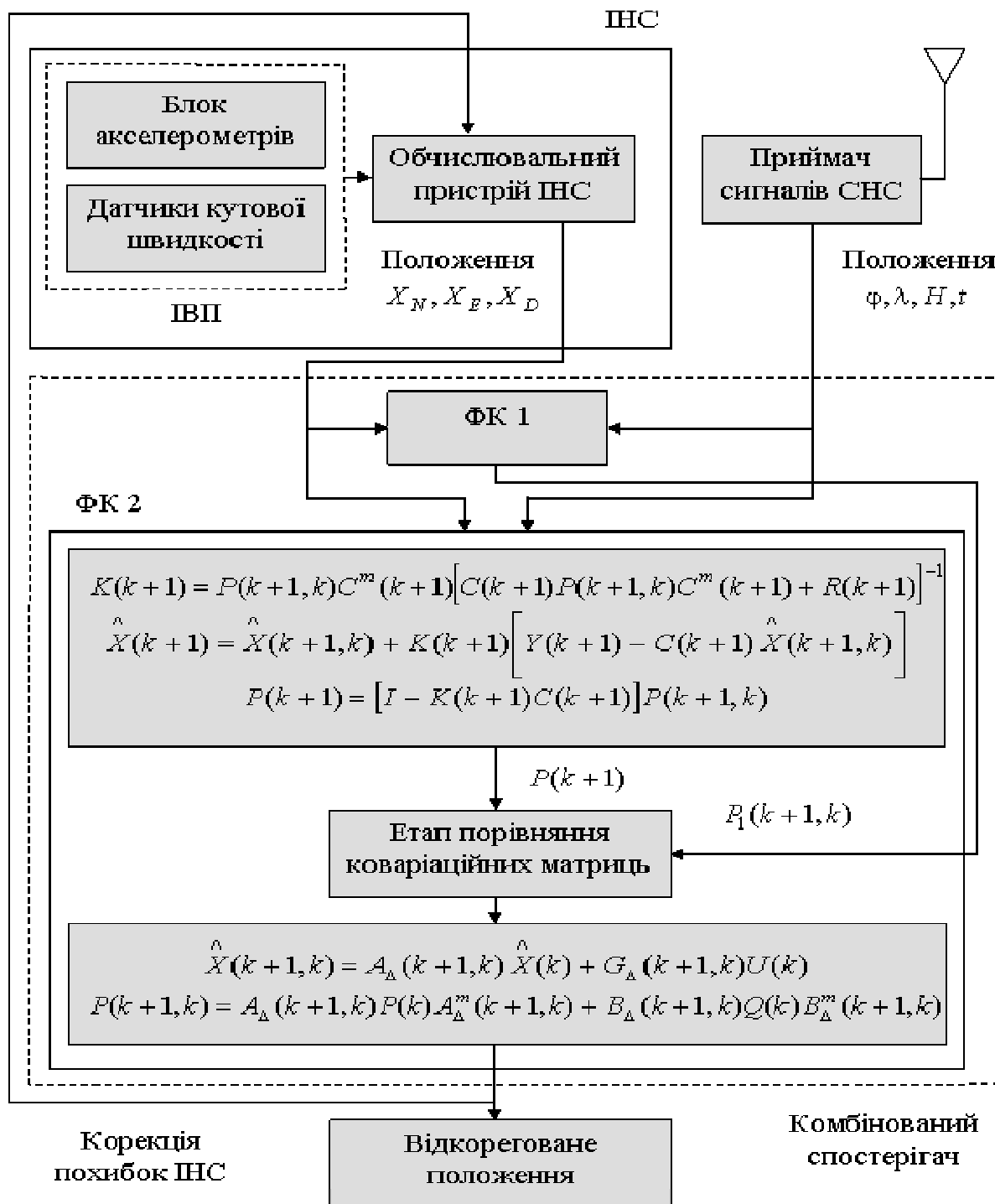


Рис. 1. Блок-діаграма алгоритму роботи інтегрованої системи

Використовуючи відомі співвідношення [9], можна вивести спрощені навігаційні рівняння для даної системи, які будуть мати наступний вигляд:

$$\begin{cases} \dot{V}_N = f_x \cos \psi - f_y \sin \psi; \\ \dot{V}_E = f_x \sin \psi + f_y \cos \psi; \\ \dot{X}_N = V_N; \\ \dot{X}_E = V_E; \\ \dot{\psi} = \omega_z. \end{cases} \quad (13)$$

Застосувавши метод малих збурень та провівши відповідну лінеаризацію та спрощення, представимо динамічну систему в просторі стану:

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{\psi} \\ \delta\dot{V}_N \\ \delta\dot{V}_E \\ \delta\dot{X}_N \\ \delta\dot{X}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta V_N \\ \delta V_E \\ \delta X_N \\ \delta X_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta\omega_z \\ \delta f_x \\ \delta f_y \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$A_{21} = -f_x \sin \psi - f_y \cos \psi;$$

$$A_{31} = -f_y \sin \psi + f_x \cos \psi.$$

Результати напівнатурного моделювання такої системи представлені на графіках.

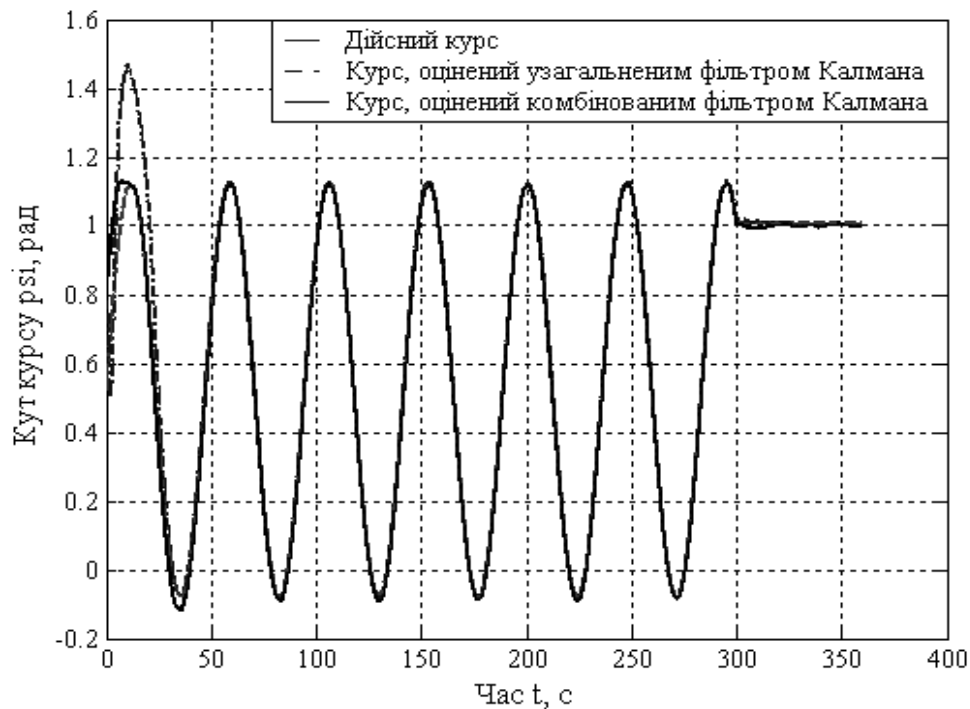


Рис.2. Графік зміни кута курсу та його оцінка

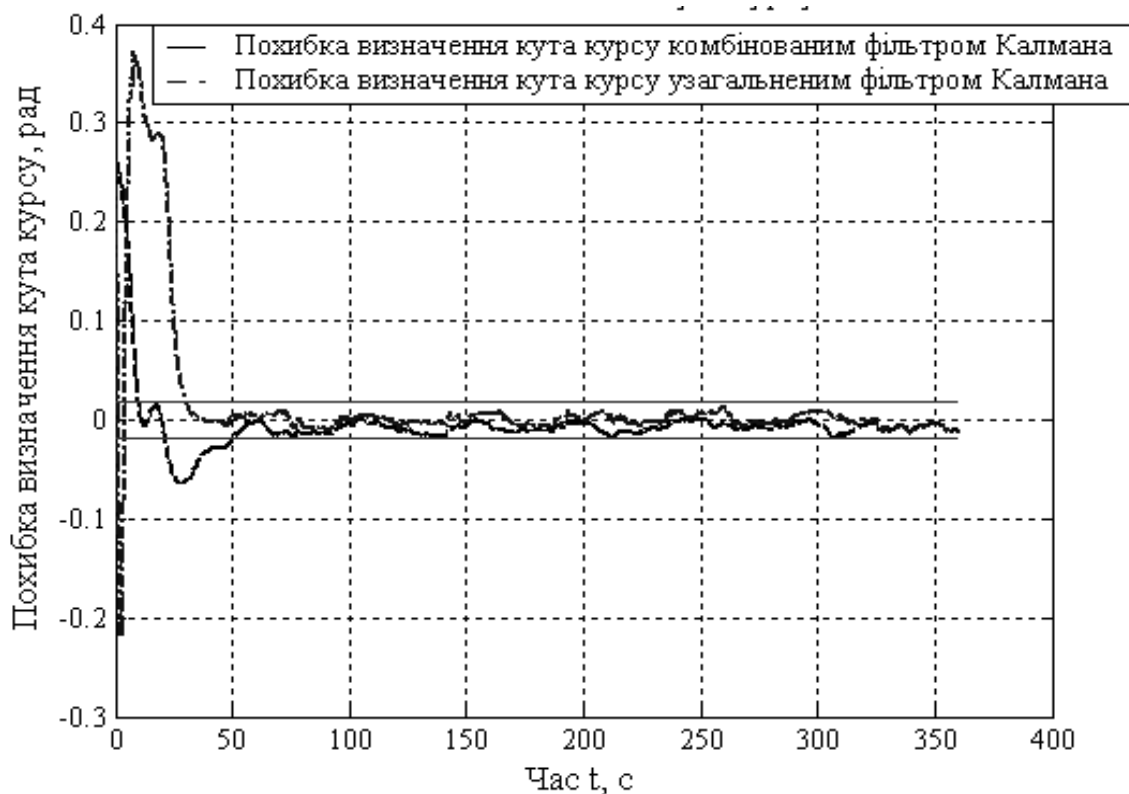


Рис.3. Похибка визначення кута курсу

Наведені вище результати напівнатурного моделювання роботи інтегрованої БІНС/СНС системи, алгоритм обробки первинної інформації якої базується на використанні запропонованого комбінованого спостерігача калманівського типу, свідчать про ефективність застосування такого підходу та значне підвищення точності оцінки похибок системи на початковому етапі функціонування системи. Так, оцінка кута курсу, що отримана комбінованим спостерігачем, має на 30% вищу точність в порівнянні з оцінкою, що отримана з використанням традиційної форми ОФК.

### Висновки

Таким чином, запропонований в роботі комбінований спостерігач калманівського типу для оцінки похибок інтегрованої системи орієнтації та навігації, побудованої на базі мікромеханічної БІНС та СНС, дає можливість підвищити точність визначення навігаційних параметрів такої системи. На початковому етапі роботи комбінованого спостерігача вдалося досягнути підвищення точності визначення кута курсу на 30% в порівнянні з традиційною формою ОФК.

## Список використаної літератури:

1. Fleck, V., Sommer, E., Brökelmann, M. Study of Real-time Filtering for an Inertial Measurement Unit(IMU) with Magnetometer in a 155mm Projectile, IEEE 2006 Position Location and Navigation Symposium, pp803–807, 2006.
2. Klotz H. A., Derbak C. B. GPS–Aided Navigation and Unaided Navigation on the Joint Direct Attack Munition, IEEE 1998 Position Location and Navigation Symposium, pp412–419, 1998.
3. Titterton D. H., Weston J. L. Strapdown Inertial Navigation Technology. – AIAA, 2004, 558 p.
4. Цисарж В. В., Нестеренко О. И., Сергиенко Н. Ю. Исследование динамики инерциальной системы ориентации с наблюдающим устройством в контуре коррекции. // VI международная научно–техническая конференция „Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно–космической техники”: Сборник докладов. Часть I. – К.: НТУУ „КПИ”, 2007. – Часть 1. – С. 311–319.
5. Shin, E. “Estimation Techniques for Low–Cost Inertial Navigation”, PhD. Thesis, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, May 2005.
6. Lefebvre T., Bruyninckx H., J. De Schutter “Kalman Filters for Nonlinear Systems: A Comparison of Performance.” Intl. J. of Control, vol. 77, no. 7, pp. 639–653, May 2004.
7. Zarchan P., Musoff H. Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach. – AIAA, 2005, 766 с.
8. <http://users.isr.ist.utl.pt/~mir/pub/kalman.pdf>
9. О. В. Прохорчук, В. Б. Романченко. Розробка та дослідження мініатюрної інтегрованої навігаційної системи безпілотного літального апарату. // VI Международной науч.–техн. конф. "Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно–космической техники" – К.: НТУУ "КПИ", 2007.– Часть 1. – С. 358–362.



