

АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ ВИМІРЮВАННЯ ПОХИБКИ РІЗНОПОЛЯРНОСТІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ НАПРУГИ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ

Вступ

Перетворювачі напруги термоелектричні (ПНТЕ) мають широке використання як у складі еталонів одиниці електричної напруги змінного струму, так і для передавання її розміру від еталону до інших засобів вимірювальної техніки відповідно до повірочної схеми. Національні еталони одиниці електричної напруги змінного струму в діапазоні частот до 1 МГц більшості розвинутих країн використовують ПНТЕ на основі багатоеlementних термоперетворювачів [1–3]. В діапазоні частот до 30 МГц і вище застосовуються ПНТЕ на основі одноelementних вакуумних безконтактних термоперетворювачів типу ТВБ–3, ТВБ–4 [4]. Серед технічних характеристик для таких ПНТЕ як зразкових перетворювачів 1–го та 2–го розрядів установлюється різниця термоелектрорушійної сили (термоЕРС) при зміні полярності вхідної напруги постійного струму. Причиною виникнення такої різниці термоЕРС (подалі – похибки різнополярності) є термоелектричні ефекти Пельтьє та Томсона, а також неідеальність конструкції термоперетворювача (термопара зміщена відносно середини нагрівача) [5].

Експериментальне визначення похибки різнополярності ПНТЕ за допомогою певних засобів вимірювальної техніки супроводжується виникненням невилученої систематичної похибки, значення якої залежить як від типу цих засобів вимірювальної техніки, так і від алгоритму, відповідно до якого похибка різнополярності вимірюється.

Постановка задачі

Як математичну модель характеристики перетворення ПНТЕ (тобто залежність термоЕРС e на виході ПНТЕ від вхідної напруги u на вході ПНТЕ) досить часто використовують функцію вигляду $e = \phi(u) = Ku^2$, де K – коефіцієнт перетворення, значення якого залежить від матеріалу нагрівача, конструкції термоперетворювача та умов його роботи [5]. Внаслідок перерахованих причин характеристика перетворення ПНТЕ

залежить від полярності напруги постійного струму – позитивної або негативної (умовно).

Абсолютна похибка різнополярності Δ_{PI} визначається формулою:

$$\Delta_{PI} = (E_0^+ - E_0^-) \Big|_{U_0^+ = |U_0^-|},$$

де E_0^+ , E_0^- – значення термоЕРС e на виході ПНТЕ при прикладанні до його входу напруги постійного струму позитивної полярності зі значенням U_0^+ та негативної полярності з абсолютним номінальним значенням $|U_0^-|$, причому $U_0^+ = |U_0^-|$.

Відносна похибка різнополярності визначається формулою:

$$\delta_{PI} = \frac{\Delta_{PI}}{E_0} = \frac{E_0^+ - E_0^-}{(E_0^+ + E_0^-)/2} = 2 \frac{E_0^+ - E_0^-}{E_0^+ + E_0^-} \Big|_{U_0^+ = |U_0^-|}. \quad (1)$$

Якщо чисельник та знаменник в (1) поділити на $(U_0^+)^2$, то наведене вище рівняння зводиться до вигляду:

$$\delta_{PI} = 2 \frac{K^+ - K^-}{K^+ + K^-} \Big|_{U_0^+ = |U_0^-|}. \quad (2)$$

де $K^+ = E_0^+ / (U_0^+)^2$, $K^- = E_0^- / (U_0^-)^2$ – коефіцієнти перетворення ПНТЕ на постійному струмі при позитивній та негативній полярності вхідної напруги постійного струму відповідно.

Виконання умови $|U_0^-| = U_0^+$ означає, що зміна полярності напруги постійного струму на вході ПНТЕ здійснюється шляхом ідеального її реверсування. Для цього інколи використовують спеціальні перемикачі з малим перехідним опором контактів. Але на практиці ідеальне реверсування напруги постійного струму не можна здійснити. Як правило, напругу постійного струму на вході ПНТЕ створюють за допомогою калібратора. Як наслідок відносна похибка різнополярності δ'_{PI} замість (1) визначається формулою:

$$\delta'_{PI} = 2 \frac{E_1^+ - E_1^-}{E_1^+ + E_1^-} \Big|_{U_1^+ = |U_1^-|}. \quad (3)$$

Для визначення відносної похибки різнополярності при виконанні умови $U_1^+ \neq |U_1^-|$ можна формально використовувати (2), оскільки $E_0^+ / (U_0^+)^2 \cong E_1^+ / (U_1^+)^2$, $E_0^- / (U_0^-)^2 \cong E_1^- / (U_1^-)^2$:

$$\delta'_{PI} = 2 \frac{K^+ - K^-}{K^+ + K^-} \Big|_{U_1^+ \neq |U_1^-|}. \quad (4)$$

Формули (3), (4) відповідно до яких розраховується відносна похибка різнополярності δ'_{PI} ПНТЕ, можна розглядати як алгоритми її посереднього вимірювання, тобто результат вимірювання $\hat{\delta}'_{PI}$ є функцією ϕ результатів вимірювання напруги постійного струму u^+, u^- на вході ПНТЕ та (або) термоЕРС e^+, e^- на виході ПНТЕ:

$$\hat{\delta}'_{PI} = \phi_1(\hat{E}_1^+, \hat{E}_1^-) = 2(\hat{E}_1^+ - \hat{E}_1^-) / (\hat{E}_1^+ + \hat{E}_1^-). \quad (5)$$

$$\hat{\delta}'_{PI} = \phi_1(\hat{U}_1^+, \hat{U}_1^-, \hat{E}_1^+, \hat{E}_1^-) = 2 \left[\frac{\hat{E}_1^+}{(\hat{U}_1^+)^2} - \frac{\hat{E}_1^-}{(\hat{U}_1^-)^2} \right] / \left[\frac{\hat{E}_1^+}{(\hat{U}_1^+)^2} + \frac{\hat{E}_1^-}{(\hat{U}_1^-)^2} \right]. \quad (6)$$

Відповідно до вимог ГОСТ 8.207–94 до невилученої систематичної похибки результату можуть входити невилучені систематичні похибки методу, засобів вимірювання та викликані іншими джерелами.

Невилучена систематична похибка методу (методична похибка) Θ_M – це складова похибки вимірювання, що зумовлена неадекватністю об'єкта вимірювання та його моделі, прийнятою при вимірюванні. Стосовно випадку, який розглядається, об'єктом вимірювання є похибка різнополярності, яка розраховується за формулами (5) або (6), а математичними моделями є формули (1), (2). Причиною виникнення систематичної методичної похибка $\Theta_M = \delta_{PI,R} - \delta_{PI,I}$, тобто різниці між значенням похибки, розрахованим за формулою (3) або (4) і ідеальним значенням, розрахованим за формулою (1), є те, що виконується умова $U_1^+ \neq |U_1^-|$, тобто існує різниця напруги постійного струму $\Delta U_1 = (U_1^+ - |U_1^-|)$.

Невилучена систематична похибка засобів вимірювання зумовлена систематичною похибкою Θ_u вимірювання напруги постійного струму u_1^+, u_1^- на вході ПНТЕ та систематичною похибкою Θ_e вимірювання термоЕРС e_1^+, e_1^- на виході ПНТЕ.

Як границі кожної з перерахованих вище абсолютних систематичних похибок приймають допустиме значення систематичної похибки відповідного засобу вимірювання певної величини:

- напруги постійного струму на вході ПНТЕ;
- термоЕРС на виході ПНТЕ.

При цьому їх розглядають як некорельовані складові, оскільки зазвичай вони зумовлені або різними засобами вимірювання, похибками на різних діапазонах вимірювання одного і того ж засобу вимірювання.

Границю невилученої систематичної абсолютної похибки Θ_δ результату вимірювання відносної похибки різнополярності $\hat{\delta}_{PI}$ ПНТЕ оцінюють за формулою:

$$\Theta_\delta = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \Theta_i^2} = k \sqrt{\Theta_M^2 + \Theta_u^2 + \Theta_e^2}, \quad (7)$$

де k – коефіцієнт, який залежить від m кількості складових в (7);

Припустимо, що як ПНТЕ розглядається зразковий перетворювач з параметрами, які відповідають вимогам ГОСТ 8.458–82, табл. 4, а саме, номінальне значення вхідної напруги $U_N=1$ В; номінальне значення термоЕРС $E_N=6 \times 10^{-3}$ В (тобто номінальне значення коефіцієнту перетворення $K_N=6 \times 10^{-2}$ В–1); різниця термоЕРС при зміні полярності напруги постійного струму не більше 0,01% від E_N . Оскільки різниця термоЕРС при зміні полярності напруги постійного струму зумовлена різними значеннями коефіцієнтів перетворення при позитивній та негативній полярності напруги постійного струму K^+ , K^- , то для подальших досліджень прийнято, що $K^- = K_N$, а K^+ приймає значення від $6,0001 \times 10^{-2}$ до $6,0005 \times 10^{-2}$ В–1. Відповідно до (2) для такого ПНТЕ ідеальне значення відносної похибки різнополярності $\delta_{PI,I} = 16,7 \times 10^{-6}$. Те ж саме значення відносної похибки різнополярності $\delta_{PI,I}$ дає формула (1), якщо врахувати прийняті раніше позначення, а саме: $U_0^+ = |U_0^-| = U_N$.

Досить очевидно, що розрахунок відносної похибки різнополярності $\delta'_{PI,R}$ за формулою (4) не супроводжується виникненням методичної похибки, тобто $\Theta_M=0$.

Як показали дослідження, при використанні формули (3) методична похибка Θ_M виявилася дуже суттєвою. Якщо припустити, що напруга постійного струму на вході ПНТЕ з номінальним значенням $U_N=1$ В створюється за допомогою калібратора Н4–7 на діапазоні відтворення з кінцевим значенням 2 В, то різниця ΔU_1 змінюється в діапазоні $\pm 10 \times 10^{-6}$

В, а методична похибка $\Theta_M = (\delta'_{P\Pi.R} - \delta_{P\Pi.I})$ лінійно залежить від різниці ΔU_1 і становить ± 20 ppm (1 ppm=10⁻⁶).

Невилучена систематична похибка Θ_e вимірювання термоЕРС e_1^+, e_1^- визначається як композиція корельованих невилучених систематичних похибок $\chi_{e_1^+} \Delta_{e_1^+}, \chi_{e_1^-} \Delta_{e_1^-}$ за формулою:

$$\Theta_e = \chi_{e_1^+} \Delta_{e_1^+} + \chi_{e_1^-} \Delta_{e_1^-}, \quad (8)$$

де $\chi_{e_1^+}, \chi_{e_1^-}$ – коефіцієнти впливу допустимих абсолютних систематичних похибок $\Delta_{e_1^+}, \Delta_{e_1^-}$ вимірювання термоЕРС e_1^+, e_1^- на невилучену систематичну похибку Θ_e . Оскільки вимірювання термоЕРС e_1^+, e_1^- виконується на одному і тому ж діапазоні вимірювання, то $\Delta_{e_1^+} \cong \Delta_{e_1^-} = \Delta_e$, а формула (8) зводиться до виду:

$$\Theta_e \cong \Delta_e (\chi_{e_1^+} + \chi_{e_1^-}).$$

Можна показати, що за умови використання для вимірювання термоЕРС e_1^+, e_1^- нановольтметра HP34420A фірми Hewlett Packard абсолютна систематична похибка вимірювання знаходиться в межах $\Delta_e = \pm 0,33 \times 10^{-6}$ В.

Коефіцієнти впливу $\chi_{e_1^+}, \chi_{e_1^-}$ розраховуються методом частинних похідних і мають наступні аналітичні вирази:

$$\chi_{e_1^+} = \frac{\partial \phi_1(\hat{E}_1^+, \hat{E}_1^-)}{\partial \hat{E}_1^+} = \frac{4\hat{E}_1^-}{(\hat{E}_1^+ + \hat{E}_1^-)^2}, \text{ В}^{-1}; \quad \chi_{e_1^-} = \frac{\partial \phi_1(\hat{E}_1^+, \hat{E}_1^-)}{\partial \hat{E}_1^-} = \frac{-4\hat{E}_1^+}{(\hat{E}_1^+ + \hat{E}_1^-)^2}, \text{ В}^{-1}.$$

Як показали дослідження, модуль невилученої систематичної похибки $|\Theta_e|$ вимірювання термоЕРС e_1^+, e_1^- на виході ПНТЕ, що розглядається, за допомогою нановольтметра HP34420A не перевищує значення 0,006 ppm.

Невилучена систематична похибка Θ_u вимірювання напруг постійного струму u_1^+, u_1^- визначається як композиція корельованих невилучених систематичних похибок $\chi_{u_1^+} \Delta_{u_1^+}, \chi_{u_1^-} \Delta_{u_1^-}$ за формулою:

$$\Theta_u = \chi_{u_1^+} \Delta_{u_1^+} + \chi_{u_1^-} \Delta_{u_1^-}, \quad (9)$$

де $\chi_{u_1^+}, \chi_{u_1^-}$ – коефіцієнти впливу допустимих абсолютних систематичних похибок $\Delta_{u_1^+}, \Delta_{u_1^-}$ вимірювання напруги постійного струму u_1^+, u_1^- на невилучену систематичну похибка Θ_u .

Припустимо, що напруга постійного струму на вході ПНТЕ вимірюється за допомогою другого каналу нановольтметра НР34420А (перший канал використовується для вимірювання термоЕРС на виході ПНТЕ), абсолютна систематична похибка Δ_u якого (протягом одного року) на діапазоні вимірювання з кінцевим значенням 1 В знаходиться в межах: $\Delta_{u_1^+} \cong \Delta_{u_1^-} = \Delta_u = \pm 39 \times 10^{-6}$ В.

Як показали дослідження, сума коефіцієнтів впливу в (9) практично не залежить від різниці ΔU_1 та від ідеального значення відносної похибки різнополярності $\delta_{РП.1}$, і має значення $(\chi_{u_1^+} + \chi_{u_1^-}) \cong -4$ В⁻¹. Таким чином $\Theta_u \cong -156$ ppm.

Враховуючи наведене вище, можна зробити висновок, що в алгоритмі (6) суттєво переважаючою є невилучена похибка, зумовлена систематичною похибкою Θ_u вимірювання напруги постійного струму u_1^+, u_1^- на вході ПНТЕ.

Синтез та аналіз нового алгоритму

Внаслідок проведеного аналізу виникла задача – шляхом певної модифікації відомих алгоритмів (5), (6) синтезувати новий алгоритм, який забезпечує мінімізацію як систематичної методичної похибки, так і похибки засобів вимірювання. Було припущено, що у відомих алгоритмах результати вимірювання $\hat{U}_1^+, \hat{U}_1^-, \hat{E}_1^+, \hat{E}_1^-$ забезпечують недостатньо інформації стосовно характеристики перетворення ПНТЕ. Для збільшення інформації потрібно додатково проводити вимірювання при напрузі постійного струму $U_2^+ = |U_2^-| = U_N (1 \pm 10^{-n})$, де параметр n може приймати значення $n=3,4,5$, тобто за умови, що абсолютне значення напруги постійного струму U_2 близьке до номінального значення вхідної напруги ПНТЕ, і використовувати подалі результати вимірювання $\hat{U}_1^+, \hat{U}_1^-, \hat{U}_2^+, \hat{U}_2^-$, а також $\hat{E}_1^+, \hat{E}_1^-, \hat{E}_2^+, \hat{E}_2^-$ у подальшій модифікації алгоритму (4) з метою зменшення (або взагалі вилучення) коефіцієнту впливу абсолютної похибки вимірювання напруги постійного струму використано наступне. В

алгоритмі (4) результати вимірювання напруги постійного струму \hat{U}_1^-, \hat{U}_1^+ можна представити через результати вимірювання термоЕРС та коефіцієнти перетворення ПНТЕ: $|\hat{U}_1^-| = \sqrt{\hat{E}_1^- / K^-}$, $|\hat{U}_1^+| = \sqrt{\hat{E}_1^+ / K^+}$.

Значення коефіцієнту перетворення K^+ при напрузі постійного струму позитивної полярності можна розрахувати, використовуючи наступні співвідношення. Для кута α (кут нахилу характеристики перетворення ПНТЕ в точці $u = U_1^+$) можна записати таке: з одного боку $\text{tg}\alpha \cong (E_2^+ - E_1^+) / (U_2^+ - U_1^+)$; з іншого боку можна використати значення похідної від характеристики перетворення ПНТЕ в точці $u = U_1^+$:

$$\text{tg}\alpha \cong \left. \frac{d(K^+ u^2)}{du} \right|_{u=U_1^+} = 2K^+ U_1^+.$$

Тоді розраховане значення K_{R1}^+ коефіцієнту перетворення ПНТЕ при напрузі постійного струму позитивної полярності визначається формулою $K_{R1}^+ \cong (\hat{E}_2^+ - \hat{E}_1^+) / [2(\hat{U}_2^+ - \hat{U}_1^+) \hat{U}_1^+]$.

Якщо використати значення похідної від характеристики перетворення в точці $u = U_2^+$, тобто $\text{tg}\alpha \cong \left. \frac{d(K^+ u^2)}{du} \right|_{u=U_2^+} = 2K^+ U_2^+$, то

розраховане значення K_{R2}^+ коефіцієнту перетворення ПНТЕ при напрузі постійного струму позитивної полярності приблизно визначається формулою $K_{R2}^+ \cong (\hat{E}_2^+ - \hat{E}_1^+) / [2(\hat{U}_2^+ - \hat{U}_1^+) \hat{U}_2^+]$. Більш точне значення коефіцієнту перетворення ПНТЕ при напрузі постійного струму позитивної полярності можна отримати як середньо арифметичне значення: $K_R^+ = (K_{R1}^+ + K_{R2}^+) / 2$.

Аналогічним чином можна показати, що розраховане значення K_R^- коефіцієнту перетворення ПНТЕ при напрузі постійного струму негативної полярності $K_R^- = (K_{R1}^- + K_{R2}^-) / 2$,

$$\text{де } K_{R1}^- \cong \frac{\hat{E}_2^- - \hat{E}_1^-}{2(|\hat{U}_2^-| - |\hat{U}_1^-|)|\hat{U}_1^-|}, \quad K_{R2}^- \cong \frac{\hat{E}_2^- - \hat{E}_1^-}{2(|\hat{U}_2^-| - |\hat{U}_1^-|)|\hat{U}_2^-|}.$$

Здійснюючи послідовно відповідні підстановки в (4), отримаємо:

$$\hat{\delta}_{PI.R} = 2 \left[\frac{\hat{E}_1^+ - \hat{E}_1^-}{\hat{E}_1^+ + \hat{E}_1^-} + \sqrt{\frac{\hat{E}_1^- (\hat{E}_2^+ - \hat{E}_1^+) (\hat{U}_1^+ + \hat{U}_2^+) (|\hat{U}_2^-| - |\hat{U}_1^-|) |\hat{U}_2^-| |\hat{U}_1^-|}{\hat{E}_1^+ (\hat{E}_2^- - \hat{E}_1^-) (|\hat{U}_1^-| + |\hat{U}_2^-|) \hat{U}_2^+ - \hat{U}_1^+ \hat{U}_2^+ \hat{U}_1^+}} - 1 \right] \quad (10)$$

Алгоритм (10) можна суттєво спростити та звести до вигляду:

$$\hat{\delta}_{PI.R} \cong 2 \left[\frac{(\hat{E}_1^+ - \hat{E}_1^-)}{(\hat{E}_1^+ + \hat{E}_1^-)} + \frac{\hat{E}_1^- (\hat{E}_2^+ - \hat{E}_1^+)}{\hat{E}_1^+ (\hat{E}_2^- - \hat{E}_1^-)} - 1 \right]. \quad (11)$$

Оскільки в алгоритмі (11) відсутні результати вимірювання напруги постійного струму $\hat{U}_1^+, \hat{U}_1^-, \hat{U}_2^+, \hat{U}_2^-$, то при його використанні принципово відсутня похибка, зумовлена засобами вимірювання напруги постійного струму, яка є досить суттєва при використанні алгоритму (4).

Абсолютна систематична похибка Δ_e вимірювання термоЕРС $e_1^+, e_1^-, e_2^+, e_2^-$ за допомогою нановольтметра НР34420А має теж значення, яке наведено вище, тобто знаходиться в межах $\pm 0,33 \times 10^{-6}$ В. Враховуючи аналітичні вирази для коефіцієнтів впливу $\chi_{e_1^+}, \chi_{e_1^-}, \chi_{e_2^+}, \chi_{e_2^-}$ та їх значення, проведено моделювання залежності абсолютної систематичної похибки Δ_e вимірювання термоЕРС від різниці ΔU_1 , результати якого наведені на рис.1 за умови, що $U_1^+ = U_N^+ \pm \Delta U_1$, $|U_1^-| = U_N \pm \Delta U_1$, $U_2^+ = U_N (1 \pm 10^{-4}) \pm \Delta U_1$, $|U_2^-| = U_N (1 \pm 10^{-4}) \pm \Delta U_1$ (тобто передбачається, що похибка відтворення напруг постійного струму U_1^+, U_1^- за допомогою калібратора така ж, як і напруг U_2^+, U_2^- , оскільки вони близькі за значенням).

На рис. 2 наведено результати моделювання методичної похибки Θ_M , яка виникає при використанні алгоритму (11), в залежності від різниці ΔU_1 за тих же умов, що наведено вище.

З урахуванням наведених результатів моделювання та відповідно до (7) можна стверджувати, що при використанні алгоритму (11) границя невилученої систематичної абсолютної похибки Θ_δ результату вимірювання відносна похибка різнополярності $\hat{\delta}_{PI}$ ПНТЕ з вірогідністю 0,99 не перевищує значення $\Theta_\delta = k \sqrt{\Theta_M^2 + \Theta_e^2} \cong 2,6 \times 10^{-3}$ ppm, де значення $k \cong 1,3$ вибирається відповідно до ГОСТ 8.207-94.

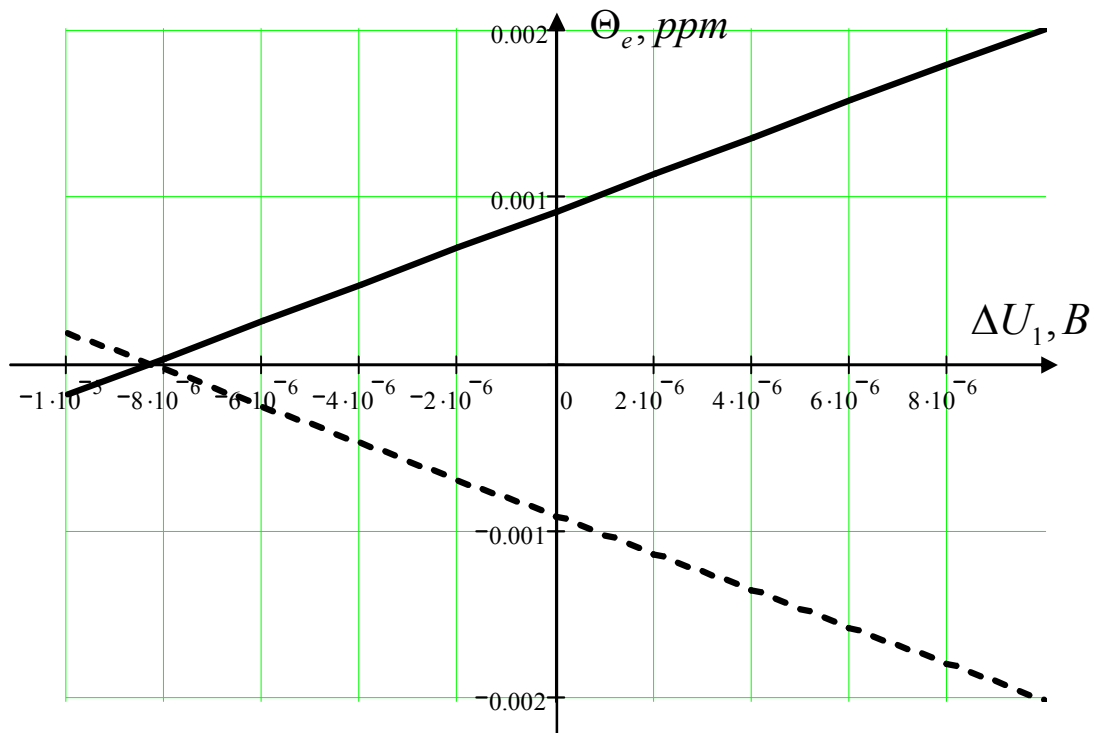


Рис. 1. Залежність систематичної похибки Θ_e вимірювання термоЕРС, яка виникає при використанні алгоритму (11), в залежності від різниці ΔU_1

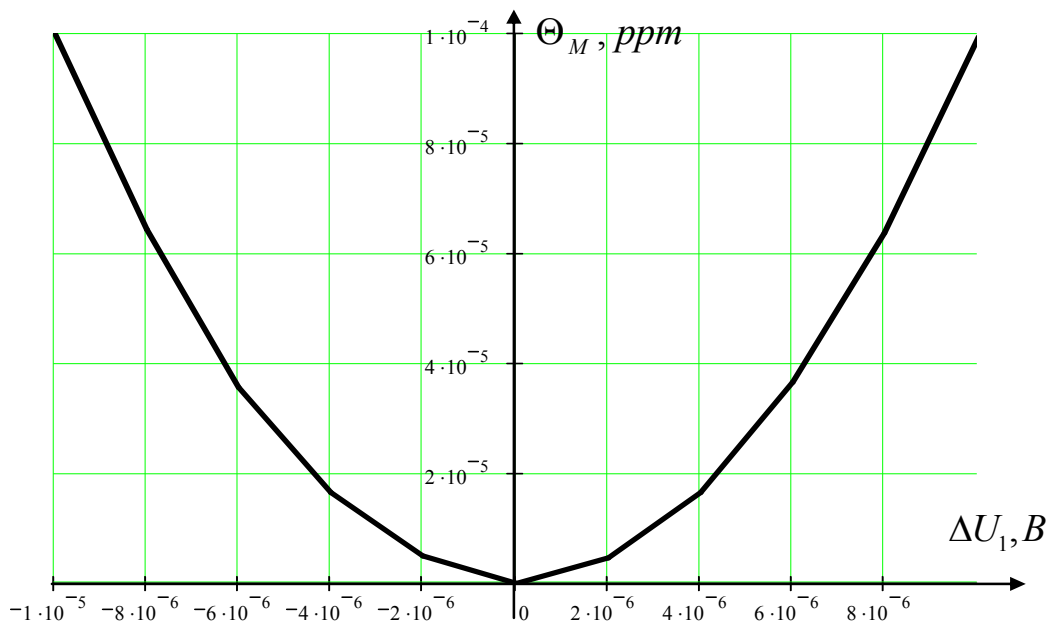


Рис. 2. Залежність методичної похибки Θ_M , яка виникає при використанні алгоритму (11), в залежності від різниці ΔU_1

Висновки

Проведений аналіз відомих алгоритмів вимірювання похибки різнополярності показав їх певну недосконалість з точки зору досить великого рівня різних складових невилученої систематичної похибки Θ_{δ} результату вимірювання відносної похибки різнополярності $\hat{\delta}_{PII}$ ПНТЕ – методичної похибки Θ_M та (або) невилученої систематичної похибки Θ_u засобів вимірювання напруги постійного струму на вході ПНТЕ та похибки Θ_e вимірювання термоЕРС на виході ПНТЕ.

На основі проведеного аналізу запропоновано новий алгоритм вимірювання похибки різнополярності, сутність якого полягає в отриманні додаткової інформації стосовно характеристики перетворення ПНТЕ за рахунок використання додатково двох напруг постійного струму, які близькі до номінального значення вхідної напруги ПНТЕ. Результати моделювання запропонованого алгоритму підтвердили, що при його використанні границя невилученої систематичної абсолютної похибки Θ_{δ} результату вимірювання відносної похибки різнополярності $\hat{\delta}_{PII}$ ПНТЕ знаходиться в межах приблизно $\pm 2 \times 10^{-3}$ ppm.

Список використаної літератури

1. *F. L. Hermach, J. R. Kinrad.* Multijunction Thermal Converters as the NBS Primary AC–DC Transfer Standards for AC Current and Voltage Measurements // IEEE Trans. Instrum. Meas., IM–36, June 1987. – P.300–306.
2. *F. J. Wilkins.* Theoretical analysis of the ac–dc difference of the NPL multijunction thermal converter // IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 21, 1985. – P.334–340.
3. *M. Klonz.* AC–DC transfer difference of the PTB–multijunction thermal converter in the frequency range from 10 Hz to 100 kHz // IEEE Trans. Instrum. Meas., IM–36, Nov. 1987. – P.320–329.
4. *Акнаев Р. Ф., Галахова О. П., Рождественская Т. Б.* Методы и средства обеспечения единства измерений напряжения переменного тока // Труды метрол. Ин–тов СССР, 1972, вып. 138, С.47–57.
5. *Анатычук Л. И.* Термоэлементы и термоэлектрические устройства: Справочник. – К.: Наукова думка, 1979. – 768 с.