УДК 519.222

Е. Т. Володарский, Н. А. Рековец

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПРИЕМЛЕМОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ ДОРОГОСТОЯЩИХ УНИКАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

Введение

Качество изделия оценивается в процессе проведения испытаний. Для обеспечения надежности получаемых результатов стремятся увеличить объем выборки экспериментальных данных полученных в неизменимых условиях, что в [1] названы условиями повторяемости. Однако существует целый ряд объектов, для которых получение выборок больших объемов невозможно (испытания с разрушением иле нецелесообразно, когда трудоемкость и длительность испытаний требует поддержания условий повторяемости больших материальных и финансовых затрат. Исходя из того, что в любом случае по результатам испытаний необходимо принимать обоснованное решение о состоянии объекта, ищут компромисс между имеющимся ограниченным объемом экспериментальных данных и надежностью принимаемых решений. Отправной точкой при проведении анализа является то, что измерение выполняют в точном соответствии со стандартным методом измерений, стандартные отклонения которого известны.

При этом если абсолютные расхождения двух имеющихся результатов измерений находиться в пределах повторяемости метода $r = 2.8\sigma_r$ (где σ_r – СКО повторяемости), то можно с вероятностью 0.95 утверждать, что это расхождение обусловлено влиянием только случайных величин, и в качестве оценки выходной величины следует принимать среднее значение этих двух полученных результатов [2]. Если абсолютное расхождение превышает пределы повторяемости r, то необходимо провести третье измерение входной величины и рассмотреть расхождения между двумя крайними результатами $|x_{\max} - x_{\min}|$, которое сравнивается с границами критического диапазона [1]:

$$CR_{0.95}(n=3) = f(n)\cdot\sigma_r ,$$

где $f(n)$ – коэффициент критического диапазона [3].

Если абсолютное расхождения находиться в пределах критического диапазона $CR_{0.95}(3)$, то как и для случая с двумя результатами наблюдения, необходимо в качестве оценки измеряемой величины следует брать среднее из трех значений. В противном случае, если нет возможности провести дополнительный четвертый опыт, в качестве оценки измерительной величины [1] рекомендует использовать медиану. Такая ситуация довольно часто встречается на практике, когда рекомендуется воспользоваться тремя результатами и тут стоит задача: или говорить о непригодности объекта, или все таки оценить значение измерительной величины, что позволит на следующее этапе принять обоснованное решение.

Существует несколько статистических методов оценивания медианы. Целью исследования является разработка рекомендаций о приемлемости методов оценивания результатов испытаний в зависимости от расположения значений выборки из трёх элементов.

Основная часть

В качества оценки полученных результатов можно использовать выборочную медиану или значение медианы, рассчитанное по Гаствирту или Ходжесу-Леману [4].

Для расчета выборочной медианы все результаты располагаются по возрастанию $x_1 \le x_2 ... \le x_j ... \le x_{m-1} \le x_m$.

Выборочную медиану рассчитывают по формулам (1, 2)

$$\tilde{x} = \frac{x_{n/2} + x_{(n/2+1)}}{2}, \quad n - \text{четное} \tag{1}$$

$$\tilde{x} = x_{(n+1)/2}, \quad n - \text{нечетное} \tag{2}$$

Для выборки результатов с большой асимметрией в качестве значения аттестационной характеристики рекомендуется применять медиану по Гаствирту:

$$x_G = X_{Gastwirt} = 0.4 \cdot \tilde{x} + 0.3 \cdot (x_{T_B} + x_{T_H}),$$

где $\tilde{x}$ – выборочная медиана упорядоченного по возрастанию ряда результатов, рассчитанная по формулам(1, 2);

x_{T_B} и x_{T_H} - члены этого ряда с порядковыми номерами T_B и T_H;

Нижнее значение T_H рассчитывается по формуле (3):

$$T_H = \frac{n}{3} + 1 - \text{(округляют до нижнего целого числа)} \tag{3}$$

Верхнее значение T_B рассчитывается по формуле (4):

$$T_B = \frac{3}{4}n - \text{(округляют до верхнего целого числа)} \tag{4}$$

Для выборки результатов малого объема в качестве значения аттестационной характеристики рекомендуется применять медиану по Ходжесу-Леману. Из членов ряда образуют все возможные комбинации вида(5):

$$Z_{(k)} = \frac{1}{2}\left[x_{(i)} + x_{(j)}\right] \tag{5}$$

где $i = 1,2...n,\ j = 1,2...n,\ k = 1,2...N.$

Общее число полусумм $N = \frac{1}{2}n(n+1)$

Полученный ряд (Z_k) упорядочивают по возрастанию

$$Z_{(1)} \le Z_{(2)} ... \le Z_{(N)}$$

В качестве значения аттестационной характеристики применяют медиану

$$x_{H-L} = X_{Hodges-Lehmann} = \frac{Z_{(N/2)} + Z_{(N/2+1)}}{2}, \ (N - \text{нечетное});$$

$$x_{H-L} = X_{Hodges-Lehmann} = Z_{\frac{N+1}{2}} \qquad (N - \text{нечетное}).$$

Был проведен моделирующий эксперимент, где одно из выборочных значений находится за пределами 2σ (уровень доверительной вероятность $P = 95\%$) геометрическая интерпретация которого приведена на рис. 1.

В пакете MatLab была смоделирована выборка из 3 значений с заданным математическим ожиданием M и стандартным квадратическим отклонением σ. При моделировании было предусмотрено, что один результат выходит за границы $M + 2\sigma$.

При анализе были введены величины, которые характеризуют «расстояния» между значениями выборки $L_1 = x_2 - x_1$, а $L_2 = x_3 - x_2$, где $x_1, x_2 < x_3$. По результатам моделирования были получены графики (рисунок 2), которые отображают зависимость медианы (или среднего значения) от соотношения расстояний L_1 / L_2. На график выводиться только те полученное значения, которые имеет минимальное отклонение от математического ожидания.

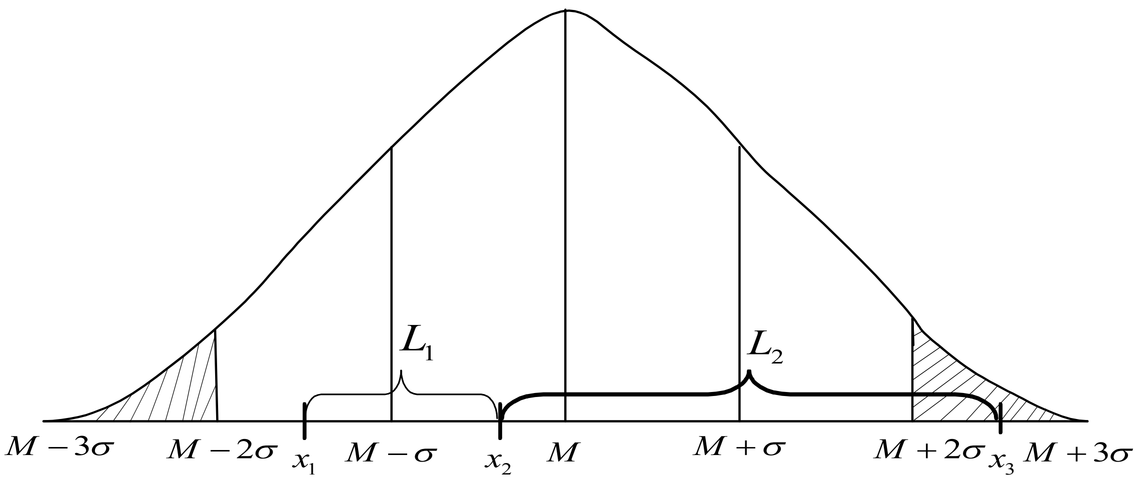


Рис. 1. Распределение значений выборки

При математическом ожидании равном $M=5$ и среднеквадратическом отклонение $\sigma = 2$ и значениях выборки следующие $x_1=2;\ x_2=3;\ x_3=9.9$, значения $L_1=1,\ L2=6.9$. Вычислим по выше приведенным формулам среднее значение $\overline{x}$ =4.967, выборочную медиану $\tilde{x}=3$, медиану по Ходжесу-Леману $x_{\text{Hodges-Lehmann}}=4.475$, и медиану по Гаствирту $x_{\text{Gastwirth}}=5.07$. Видно, что в данном случае наиболее точным является вычисления медианы по Гаствирту. Используя данный подход, были получены графики, приведенные на рис. 2.

На основание полученных данных были выведены соотношения, которые позволяют выбрать приемлемый результат при заданных условиях (см. табл. 1).

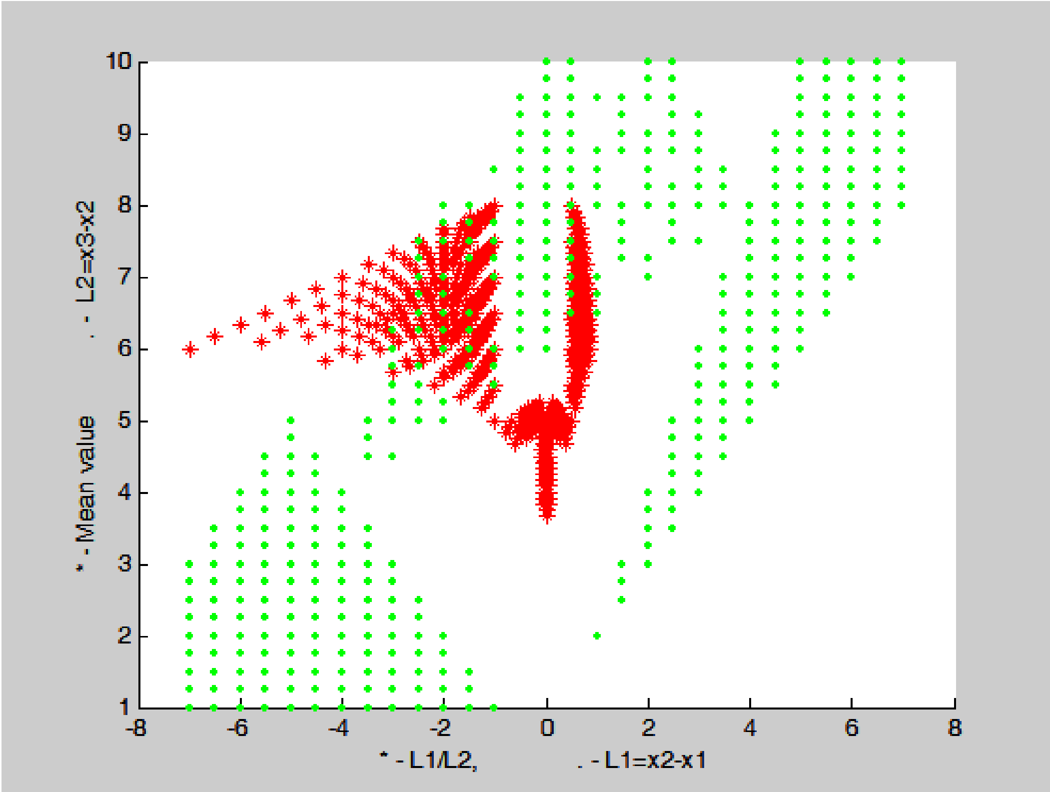


Рис. 2, *а.* Окончательный результат – среднее значение

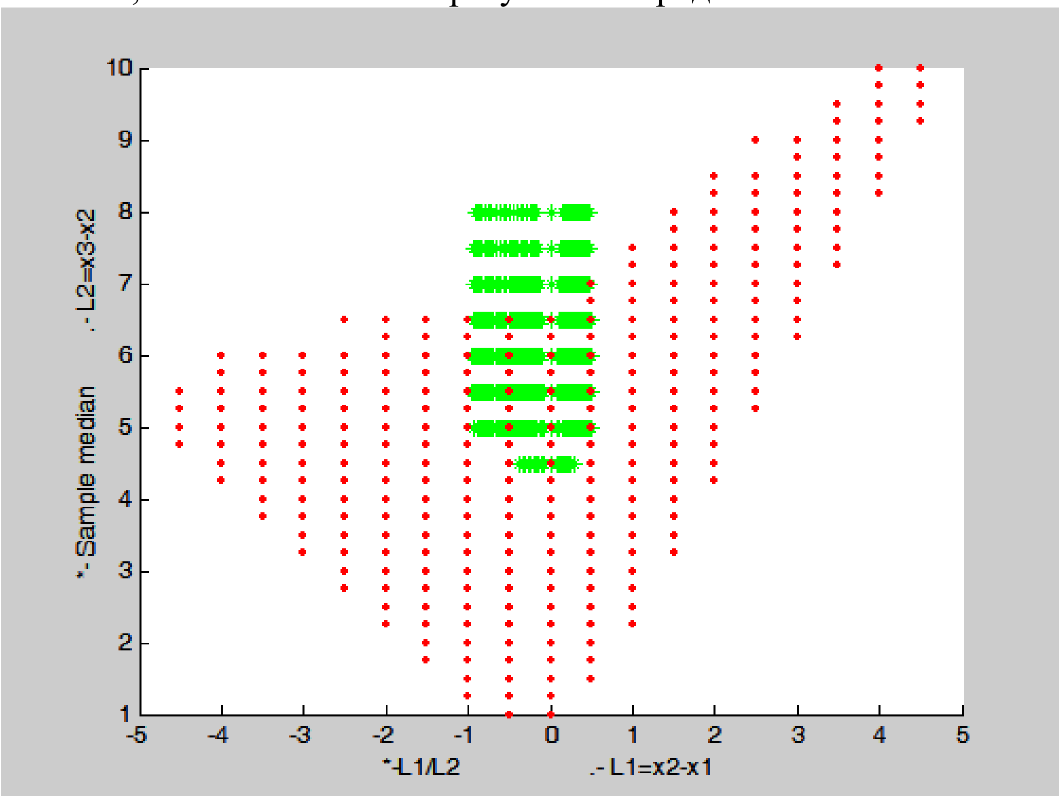


Рис. 2,*б.* Окончательный результат - выборочная медиана

Рис. 2. Результаты моделирования

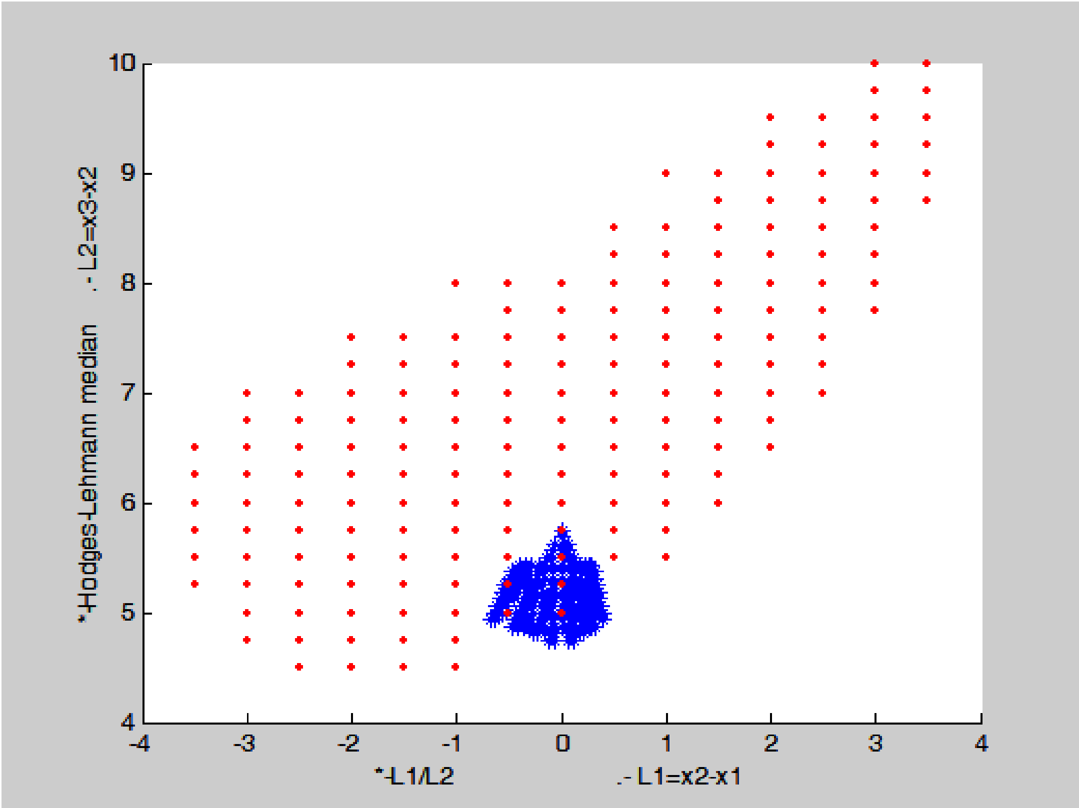


Рис. 2, *в*. Окончательный результат – медиана по Ходжесу-Леману

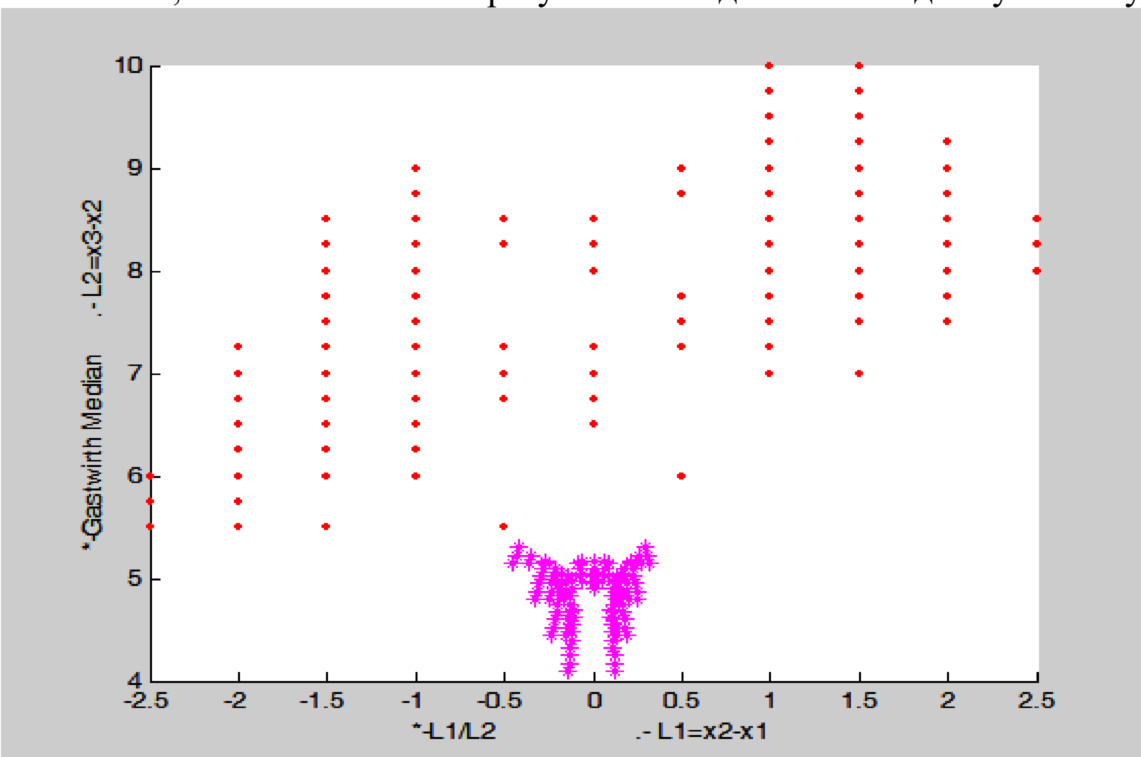
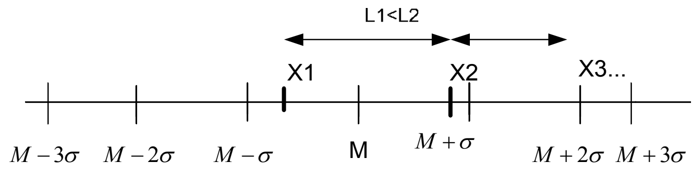
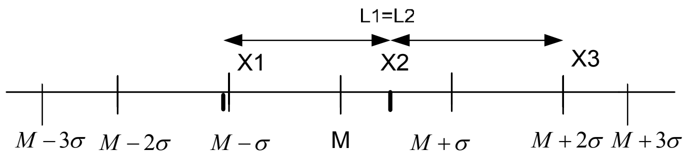
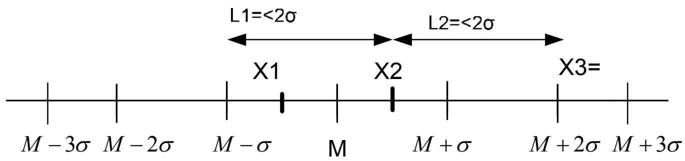
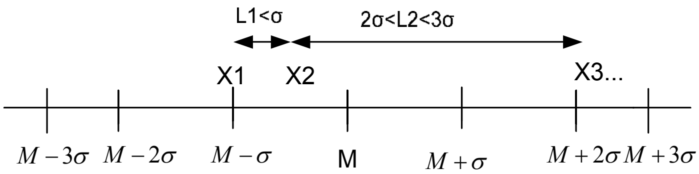
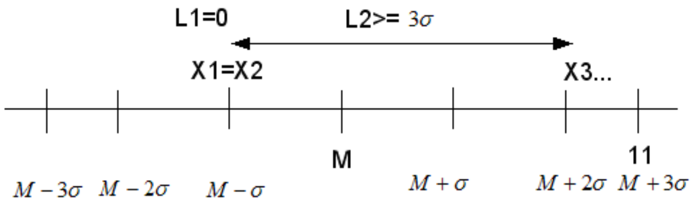
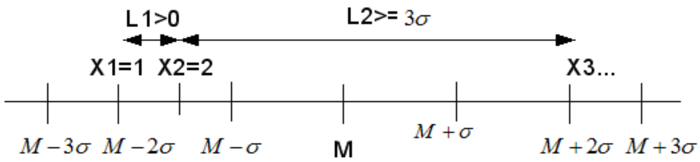


Рис. 2, *г*. Окончательный результат – Медиана по Гаствиту

Рис. 2. Результаты моделирования

Таблица 1.

Выбор приемочного результата, при объеме выборки $n = 3$

	$\overline{x}$	$\tilde{x}$	x_{H-L}	x_G	**L1=|x2-x1| L2=|X3-X2|,** где **X3>2σ**
L1/L2>1	+	-	-	-	
L1=L2	+	+	+	+	
L1/L2<1 L1≤2σ и **L2≤2σ**	-	+	-	-	
L1/L2<<1 L1<2σ и **L2>2σ**	-	-	+	-	
L1/L2<<1 L1=0 и **L2≥3σ**	+	-	-	-	
L1/L2<<1 0<L1≤σ и **L2≥3σ**	-	-	-	+	

Выводы

В данной статье предложены оптимальные методы оценки результата при проведение дорогостоящих измерений. Показано, что, если нельзя принять модель определенного типа распределения, используют статистические модели, не требующие знания характеристики распределения.

Обоснована возможность использования в качестве оценки выходной величины не только среднего значения выборки и выборочной медианы, но и медианы по Гаствирту и Ходжесу-Леману, которые при определенных условиях дают более точные оценки, даже для случаев, когда один из результатов выборки находится вне критической зоны.

Зависимости и закономерности, полученные в ходе данного исследования, играют очень важную роль, при оценке приемлемости результатов дорогостоящих уникальных объектов.

Список использованной литературы

1. *ДСТУ ГОСТ ISO 5725-6:2005* Точність (правильність і прицізійність) методів та результатів вимірювання. Частина 6. Використання показників точності на практиці, -С.2-10
2. *Володарський Є. Т., Кошова Л. О.* Статистична обробка даних, -К. Книжкове товариство Національного авіаційного університету, 2008- 31-32с.
3. *Большев Л. Н., Смирнов Н. В.* Таблицы математической статистики, М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983 -13,136 с.
4. *ГОСТ 27827-88* Стандартные образцы. Методика изготовления и аттестации стандартных образцов состава горнах пород и минерального сырья, М.- Издательства стандартов, 15-17с.