

ПОХИБКИ НАВІГАЦІЙНОГО МАЯТНИКОВОГО КОМПЕНСАЦІЙНОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА ВІД ДІЇ ПРОСТОРОВИХ ВІБРАЦІЙ ОСНОВИ

Вступ

Навігаційні маятникові компенсаційні акселерометри (НА) є датчиками первинної інформації практично всіх сучасних інерціальних навігаційних систем (ІНС) рухомих об'єктів.

Відомо, що лінійні (ЛВ) та кутові (КВ) вібраційні збурення з боку рухомого об'єкту, як основи на якій встановлено НА, значно погіршують точність його вимірювання, спричиняючи виникнення додаткових систематичних вібраційних похибок (ВП), які залежать від параметрів ЛВ та КВ.

В роботах [1, 2] найбільш повно теоретично розглянуто методичні ВП НА з пружним підвісом (ПП) чутливого елемента (ЧЕ). Однак, ці похибки досліджено лише в умовах дії на НА детермінованих синхронних ЛВ основи, що значно обмежує їх відповідність реальним умовам використання НА на маневрових рухомих об'єктах.

На думку автора, ще не вирішено задачу моделювання вібраційних похибок НА з ПП ЧЕ, які виникають в найбільш загальних умовах просторового вібраційного руху основи з довільним сполученням частот та початкових фаз детермінованих ЛВ та КВ.

Постановка задачі

Метою статті є отримання аналітичних виразів для розрахунку ВП НА з пружним підвісом ЧЕ, які виникають в найбільш загальних умовах просторового (одночасно лінійного та кутового) вібраційного руху основи з довільним сполученням частот та початкових фаз детермінованих ЛВ та КВ.

НА з пружним підвісом ЧЕ як об'єкт дослідження

Сучасні НА з ПП ЧЕ в більшості своїй будуються за компенсаційною функціональною схемою, яку наведено на рис. 1.

В прямому ланцюгу схеми розміщено маятниковий ЧЕ, датчик переміщення (ДП) ЧЕ по інформативним відносним узагальненим координатам та підсилювально-коректуючу ланку (ПКЛ), а в ланцюгу від'ємного зворотного зв'язку (ВЗЗ) – зворотний компенсуючий

перетворювач (ЗКП) магнітоелектричного принципу дії [1]. Чутливий елемент містить інерційну масу (ІМ) 1, яка з'єднана з основою 2 акселерометра за допомогою балочного ПП 3. Вісь x_3^0 є вимірювальною віссю (ВВ) акселерометра.

Типова конструкція сучасного НА з кварцовим ПП ЧЕ, яка побудована за розглянутою функціональною схемою, зображена на рис. 2. Ретельний опис цієї конструкції НА міститься в статті [3].

За такою конструкцією побудовані найбільш відомі НА типу QA-2000 ("Hanewvell", США), АК-6, КХ-67 (НВО "Авиаприбор" і ФНВЦ "Корпус", Росія), SRJ-03 (BSN Technology, Китай) та інші.

Вихідна математична модель НА з пружним підвісом ЧЕ

Відповідно до рисунку розглянемо рух ЧЕ НА по інформативним відносним узагальненим координатам α і x , які відповідають напрямкам мінімальної жорсткості ПП та максимальної чутливості ДП. Для цього запишемо систему лінеаризованих рівнянь ідеальної роботи НА в умовах просторового руху основи, яка складається з рівнянь руху ЧЕ по координатам α і x у зв'язаній з основою системі координат x_i^0 ($i = \overline{1,3}$):

$$\begin{aligned} J_{22}\ddot{\alpha} + b_{\alpha}\dot{\alpha} + c_{\alpha}\alpha + ml_c\ddot{x} - c_{23}x &= ml_c(w_3 + w_1\alpha) - \\ - ml_c(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)x - J_{22}\dot{\Omega}_2 + (J_{33} - J_{11})(\Omega_1^2 - \Omega_3^2)\alpha + \\ + (J_{33} - J_{11})\Omega_1\Omega_3 + M_K; \\ m\ddot{x} + b_3\dot{x} + c_3x + ml_c\ddot{\alpha} - c_{23}\alpha &= mw_3 + \\ + m(x + l_c\alpha)(\Omega_1^2 + \Omega_2^2) - ml_c(\dot{\Omega}_2 - \Omega_1\Omega_3) + F_K, \end{aligned} \quad (1)$$

та рівнянь, які описують (з врахуванням електричного демпфірування) роботу контуру ВЗЗ в смузі пропускання НА:

$$\begin{aligned} F_K &= -k_{kn}[k_n(k_{\alpha}\alpha + k_x x) + k_{\partial m}(k_{\alpha}\dot{\alpha} + k_x\dot{x})]; \\ M_K &= F_K l_F; \quad l_F \approx l_c, \end{aligned} \quad (2)$$

де m , l_c , J_{ii} , $i = \overline{1,3}$ – маса ЧЕ, його координата центра мас по осі x_i^1 та моменти інерції в системі координат x_i^1 ; b_{α} , b_3 – коефіцієнти кутового та лінійного демпфірування коливань ЧЕ; c_{α} , c_3 , c_{23} – кутова, лінійна та перехресна жорсткості ПП; F_K , M_K – сила та момент, що створює ЗКП; k_{α} , k_x , k_n , k_{kn} , $k_{\partial m}$ – відповідно коефіцієнти передачі ДП (по відповідним інформативним переміщенням ЧЕ), ПКЛ, ЗКП та контуру електричного демпфірування; l_F – координата прикладання сили F_K до ЧЕ зі сторони ЗКП; w_i , Ω_i , $i = \overline{1,3}$ – переносні лінійні прискорення та кутові швидкості руху основи, задані в системі координат x_i^0 .

Лінійне прискорення w_3 є величиною, що вимірюється акселерометром, останні прискорення, кутові швидкості та їх похідні (кутові прискорення) є джерелом його вібраційних похибок.

Ввівши позначення: $k_{kn}k_n = k$; $k_{kn}k_{\text{дм}} = k_{\text{д}}$; $c_{\alpha} + l_c k k_{\alpha} = G$; $-c_{23} + l_c k k_x = C_x$; $-c_{23} + k k_{\alpha} = C_{\alpha}$; $c_3 + k k_x = C$; $b_{\alpha} + l_c k_{\text{д}} k_{\alpha} = D$;

$k_{\text{д}} k_{\alpha} = B_{\alpha}$; $l_c k_{\text{д}} k_x = B_x$; $b_3 + k_{\text{д}} k_x = B$, та виконавши підстановку (2) в (1), систему лінеаризованих рівнянь ідеальної роботи НА запишемо в зручному для дослідження матричному операторному вигляді

$$A(p)[\alpha, x]^T = \tilde{F}_1(t) + \varepsilon \tilde{F}_2(t), \quad (3)$$

де: $p = \frac{d}{dt}$ – оператор диференціювання;

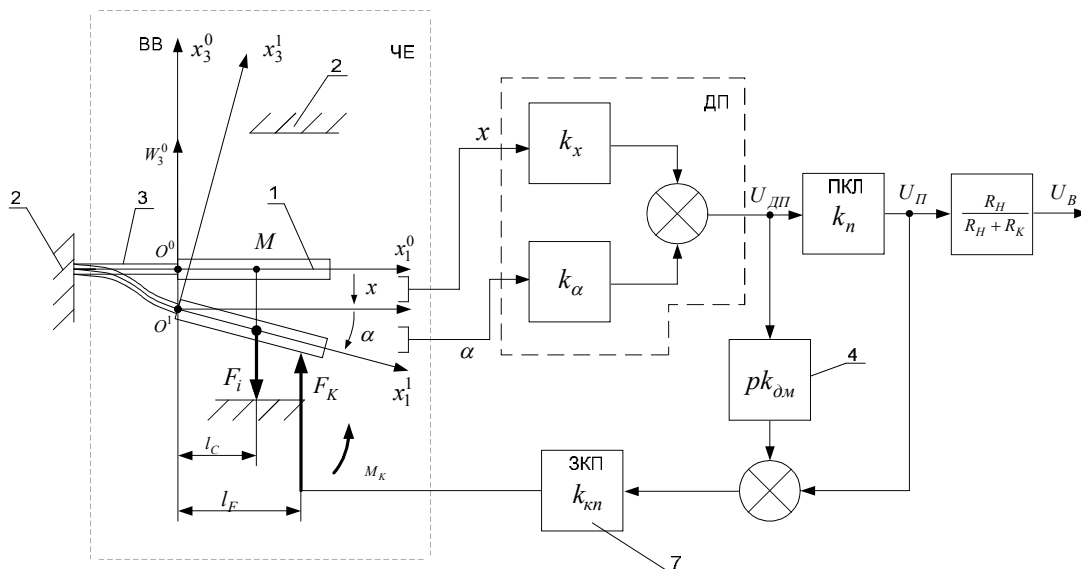


Рис. 1. Функціональна схема НА з ПП ЧЕ: 1 – інерційна маса; 2 - основа акселерометра; 3 – пружний підвіс ІМ; 4 – ланка електричного демпфірування коливань ІМ

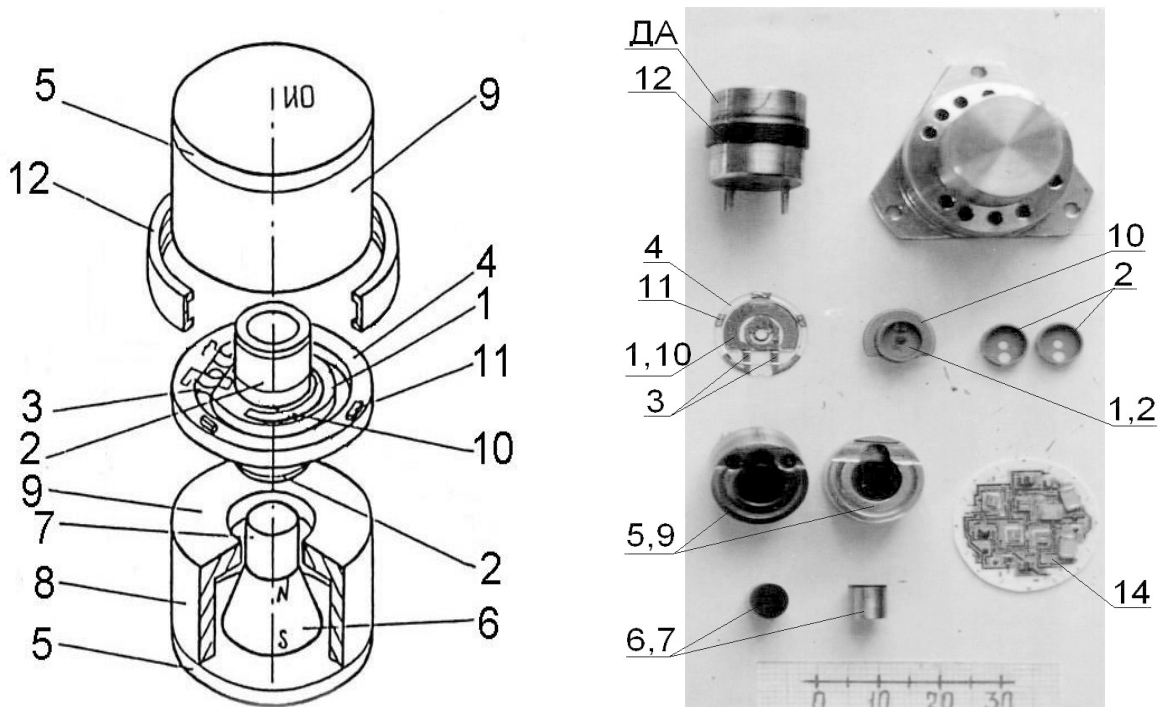


Рис. 2. Конструкція НА з кварцовим ПП ЧЕ: 1, 2 – елементи ІМ; 3 – ПП ІМ в основі 4 ЧЕ; 10, 9, 11 – елементи ємнісного ДП ЧЕ; 2, 5, 6, 7, 8 – елементи ЗКП ; 12 – елемент корпусу; 14 – плата електроніки

$$A_{11}(p) = J_{22}p^2 + Dp + G ;$$

$$A_{12}(p) = ml_c p^2 + B_x p + C_x ; A_{21}(p) = ml_c p^2 + B_\alpha p + C_\alpha ;$$

$$A_{22}(p) = mp^2 + Bp + C ;$$

$$\tilde{F}_1(t) = \begin{bmatrix} M_1(t) \\ F_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ml_c w_3 - J_{22} \dot{\Omega} + (J_{33} - J_{11}) \Omega_1 \Omega_3 \\ m w_3 - ml_c \dot{\Omega}_2 + ml_c \Omega_1 \Omega_3 \end{bmatrix} - \quad (4)$$

адитивні збудження, які залежать від кінематичних параметрів руху основи, але не залежать від узагальнених координат;

$$\tilde{F}_2(t) = \begin{bmatrix} M_2(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ml_c w_1 + (J_{33} - J_{11})(\Omega_1^2 - \Omega_3^2) & ml_c (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) \\ ml_c (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) & m(\Omega_1^2 + \Omega_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ x \end{bmatrix} - \quad (5)$$

мультиплікативні збудження, які залежать від кінематичних параметрів руху основи та лінійно помножені на α і x . В системі (3) цим збудженням приписаний малий параметр ε в припущенні що вони, внаслідок малості переміщень α і x чутливого елемента компенсаційного акселерометра, мають більш високий порядок малості, чим $\tilde{F}_1(t)$.

Задамо параметри детермінованих ЛВ та КВ ξ_l , ($l = \overline{1,6}$), які входять до виразів (4) і (5) та діють на НА з боку основи, у вигляді:

$$\begin{aligned} w_i &= a_i \cos(n_i t + \gamma_i) = a_{i*} e^{jn_i t} + \bar{a}_{i*} e^{-jn_i t}; & \gamma_3 &= 0; \\ \Omega_i &= b_i \cos(\omega_i t + \delta_i) = b_{i*} e^{j\omega_i t} + \bar{b}_{i*} e^{-j\omega_i t}, & i &= \overline{1,3}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $a_i, b_i, n_i, \omega_i, \gamma_i, \delta_i$ – амплітуди, частоти та початкові фази ЛВ і КВ; $a_{i*} = 0,5a_i e^{-j\gamma_i}, b_{i*} = 0,5b_i e^{-j\delta_i}$ – відповідні комплексні амплітуди. Тут і далі рисочка зверху або аббревіатура (КС) позначають комплексно–сполучену величину.

Знайдемо формули, які описують систематичні (усереднені за часом) зміщення “нуля” вихідного сигналу НА при дії на нього (сумісному чи окремому) ЛВ та КВ виду (6). Також необхідно визначити умови (співвідношення частот та початкових фаз ЛВ та КВ), при яких ці зміщення виникають та при яких вони набувають максимальних значень.

Загальна формула для розрахунку ВП

Розв’яжемо поставлену задачу методом послідових наближень [4]. При цьому, попередньо, не задаючись конкретним виглядом $M(t)$ і $F(t)$, знайдемо частинний розв’язок системи (3)

$$[\alpha, x]^T = W(p)[M(t), F(t)]^T, \quad (7)$$

де $W(p) = A^{-1}(p)$ – передаточна матриця системи, елементи якої, при $p = j\omega$, є частотними передаточними функціями (ПФ) ЧЕ, що визначаються з виразів:

$$\begin{aligned} W_{11}(\omega) &= (C - \omega^2 m + j\omega B)\Delta^{-1}(\omega), \\ W_{12}(\omega) &= -(C_x - \omega^2 m l_c + j\omega B_x)\Delta^{-1}(\omega) \\ W_{21}(\omega) &= -(C_\alpha - \omega^2 m l_c + j\omega B_\alpha)\Delta^{-1}(\omega); \\ W_{22}(\omega) &= (G - \omega^2 J_{22} + j\omega D)\Delta^{-1}(\omega), \end{aligned} \quad (8)$$

де $\Delta(\omega) = (G - \omega^2 J_{22})(C - \omega^2 m) - (C_\alpha - \omega^2 m l_c)(C_x - \omega^2 m l_c) + j\omega[(C - \omega^2 m)D + (G - \omega^2 J_{22})B - (C_x - \omega^2 m l_c)B_\alpha - (C_\alpha - \omega^2 m l_c)B_x]$.

Для постійних складових правих частин системи рівнянь (3) $\langle M(t) \rangle = \langle M \rangle, \langle F(t) \rangle = \langle F \rangle$ запишемо шукані “відходи” маятникового ЧЕ НА

$$[\langle \alpha \rangle, \langle x \rangle]^T = W(0)[\langle M \rangle, \langle F \rangle]^T, \quad (9)$$

де $\langle \dots \rangle = T^{-1} \int_0^T (\dots) dt$ – оператор усереднення за часом T ;

$$W(0) = W(\omega = 0) = \Delta_0^{-1} \begin{bmatrix} C & -C_x \\ -C_\alpha & G \end{bmatrix} \text{ – матриця статичних коефіцієнтів}$$

передачі ЧЕ; $\Delta_0 = \Delta(\omega = 0) = CG - C_x C_\alpha$.

Згідно рис. 1 та рівнянь (2) вихідні напруги ДП ЧЕ $\langle U_{ДП} \rangle$ та НА $\langle U_B \rangle$, що відповідають “відходам” (9) маятникового ЧЕ, визначаються формулами:

$$\begin{aligned} \langle U_{ДП} \rangle &= k_\alpha \alpha + k_x x = k_M \langle M \rangle + k_F \langle F \rangle; \\ \langle U_B \rangle &= k_\Pi \langle U_{ДП} \rangle = k_\Pi (k_M \langle M \rangle + k_F \langle F \rangle), \end{aligned} \quad (10)$$

де $k_M = (k_\alpha C + k_x C_\alpha) \Delta_0^{-1} = (c_3 k_\alpha + c_{23} k_x) \Delta_0^{-1}$;

$$k_F = (k_x G - k_\alpha C_x) \Delta_0^{-1} = (c_\alpha k_x + c_{23} k_\alpha) \Delta_0^{-1}; \quad k_\Pi = k_n R_n (R_n + R_k)^{-1};$$

R_n, R_k – відповідно електричні опори зовнішнього навантаження та котушки ЗКП. Підставивши у формулу (10) замість $\langle F \rangle$ та $\langle M \rangle$ вирази $F = m w_3$ і $M = F l_c$, отримуємо вихідну напругу МКА, що відповідає вимірювальному акселерометром прискоренню $U_B = k_\Sigma w_3$,

де $k_\Sigma = k_\Pi (k_M l_c + k_F)$ – коефіцієнт перетворення акселерометра.

Відповідно, загальна формула для оцінки абсолютних адитивних ВП НА від дії збуджуючого фактору ξ_l , який нас цікавить, має вигляд

$$\Delta_{ВП}(\xi_l) = \frac{\langle U_B(\xi_l) \rangle}{k_\Sigma} = \frac{k_M \langle M(\xi_l) \rangle + k_F \langle F(\xi_l) \rangle}{(k_M l_c + k_F) m}. \quad (11)$$

Формули (4), (5) та (11) показують, що задача отримання аналітичних виразів для розрахунку вібраційних похибок НА з ПП ЧЕ, які виникають в найбільш загальних умовах просторового вібраційного руху основи, по суті зводиться до знаходження формул для визначення постійних складових $\langle \tilde{F}_1 \rangle$ і $\langle \tilde{F}_2 \rangle$ збуджень (4) та (5), які виникають, відповідно, в першому та другому наближеннях, з наступною їх підстановкою у загальну формулу (11).

Вібраційна похибка першого наближення

Для знаходження розв’язку системи (3) у першому наближенні прийемо $\varepsilon = 0$. Підставивши (6) у (4), визначимо вираз для збуджень першого наближення

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1(t) = \begin{bmatrix} M_1(t) \\ F_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ml_C \\ m \end{bmatrix} a_{3*} e^{jn_3 t} - \begin{bmatrix} J_{22} \\ ml_C \end{bmatrix} j\omega_2 b_{2*} e^{j\omega_2 t} + \\ + \begin{bmatrix} J_{33} - J_{11} \\ ml_C \end{bmatrix} (b_{1*} b_{3*} e^{j(\omega_1 - \omega_3)t} + b_{1*} \bar{b}_{3*} e^{j(\omega_1 + \omega_3)t}) + KC. \end{aligned}$$

Аналіз цього виразу показує, що при $\omega_1 = \omega_3$ з'являються постійні складові збуджень

$$\begin{bmatrix} \langle M_1 \rangle \\ \langle F_1 \rangle \end{bmatrix} = 0,5 \begin{bmatrix} J_{33} - J_{11} \\ ml_c \end{bmatrix} b_1 b_3 \cos(\delta_1 - \delta_3),$$

які приймають максимальні значення $\langle M_1 \rangle_m$ та $\langle F_1 \rangle_m$ при $\delta_1 = \delta_3$ та рівні нулю при $\delta_1 = 0,5\pi + \delta_3$.

З фізичної точки зору, причиною виникнення збуджуючого моменту $\langle M_1 \rangle$, відповідального узагальнюючій координаті α , є відмінність від нуля різниці моментів інерції ЧЕ $J_{33} - J_{11}$, а збуджуючої сили $\langle F_1 \rangle$, відповідній узагальнюючій координаті x – наявність ступеню свободи ЧЕ по даній координаті. Останнє характерне тільки для НА з пружним підвісом ЧЕ.

Відповідно до (11), виникаюча в першому наближенні максимальна ВП НА може бути визначена за формулою

$$\Delta_{ВП}(\Omega_1 \Omega_3)_m = \frac{k_M(J_{33} - J_{11}) + k_F ml_C}{2(k_M l_C + k_F) m \omega_3^N} b_1 b_3. \quad (12)$$

Запишемо необхідний для подальших викладок частинний розв'язок (7) системи (3) в першому наближенні в розгорнутому вигляді

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_1(t) \\ x_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{\alpha 1} \\ W_{x1} \end{bmatrix} a_{3*} e^{jn_3 t} + \begin{bmatrix} W_{\alpha 2} \\ W_{x2} \end{bmatrix} j\omega_2 b_{2*} e^{j\omega_2 t} + \\ + \begin{bmatrix} W_{\alpha 3} \\ W_{x3} \end{bmatrix} b_{1*} b_{3*} e^{j(\omega_1 + \omega_3)t} + \begin{bmatrix} W_{\alpha 4} \\ W_{x4} \end{bmatrix} b_{1*} \bar{b}_{3*} e^{j(\omega_1 - \omega_3)t} + KC, \end{aligned} \quad (13)$$

де $W_{\alpha 1} = W_{11}(n_3) ml_c - W_{12}(n_3) m$; $W_{\alpha 2} = -W_{11}(\omega_2) J_{22} + W_{12}(\omega_2) ml_c$;

$$W_{\alpha 3} = W_{11}(\omega_1 + \omega_3)(J_{33} - J_{11}) - W_{12}(\omega_1 + \omega_3) ml_c;$$

$$W_{\alpha 4} = W_{11}(\omega_1 - \omega_3)(J_{33} - J_{11}) - W_{12}(\omega_1 - \omega_3) ml_c;$$

$$W_{x1} = -W_{21}(n_3) ml_c + W_{22}(n_3) m; \quad W_{x2} = W_{21}(\omega_2) J_{22} + W_{22}(\omega_2) ml_c;$$

$$W_{x3} = -W_{21}(\omega_1 + \omega_3)(J_{33} - J_{11}) + W_{22}(\omega_1 + \omega_3) ml_c;$$

$$W_{x4} = -W_{21}(\omega_1 - \omega_3)(J_{33} - J_{11}) + W_{22}(\omega_1 - \omega_3) ml_c. \quad (14)$$

Подавши комплексні частотні ПФ (14) у показовому вигляді

$$W_{\alpha_i, xi}(\omega) = H_{\alpha_i, xi}(\omega) e^{j\phi_{\alpha_i, xi}(\omega)}, \quad (15)$$

де $H_{\alpha_i, xi}(\omega) = \left[\begin{array}{c} \text{Re} W_{\alpha_i, xi}(\omega) + \text{Im} W_{\alpha_i, xi}(\omega) \end{array} \right]^{0,5}$ – відповідні амплітудно-частотні

характеристики (АЧХ); $\phi_{\alpha_i, xi}(\omega) = -\arctg \frac{\text{Im} W_{\alpha_i, xi}(\omega)}{\text{Re} W_{\alpha_i, xi}(\omega)}$ – фазочастотні

характеристики, $i = \overline{1, 4}$, представимо розв'язок (13) у зручному для використання у другому наближенні вигляді як скалярний добуток чотирьохмірних векторів

$$\begin{bmatrix} \alpha_1(t) \\ x_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{*\alpha}^T \\ A_{*x}^T \end{bmatrix} e^{jvt} + \begin{bmatrix} \overline{A_{*\alpha}^T} \\ \overline{A_{*x}^T} \end{bmatrix} e^{jvt}, \quad (16)$$

де $A_{*\alpha}^T = \left[\begin{array}{cccc} W_{\alpha 1, x1} a_{3*} & W_{\alpha 2, x2} j\omega_2 b_{2*} & W_{\alpha 3, x3} b_{1*} b_{3*} & W_{\alpha 4, x4} b_{1*} \overline{b_{3*}} \end{array} \right];$

$v^T = [n_3, \omega_2, \omega_1 + \omega_3, \omega_1 - \omega_3];$ $e^{jv^T t} = [e^{jn_3 t}, e^{j\omega_2 t}, e^{j(\omega_1 + \omega_3) t}, \underline{e^{j(\omega_1 - \omega_3) t}}].$

Вібраційні похибки другого наближення

Знайдемо частинний розв'язок (7) системи (3) у другому наближенні, який відповідає правій частині $\varepsilon \tilde{F}_2(t)$. Для цього попередньо, шляхом підстановки співвідношень (6) і (16) у формули (5), визначимо доданки збуджень $M_2(\xi_l)$, $F_2(\xi_l)$, що діють на ЧЕ НА, у другому наближенні:

$$\begin{aligned} w_1 \alpha_1(t) &= a_{1*} A_{*\alpha}^T e^{j(v+\tilde{n}_1)t} + \overline{a_{1*}} A_{*\alpha}^T e^{j(v-\tilde{n}_1)t} + KC; \\ (\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \alpha_1(t) &= A_{*\alpha}^T (b_{1*}^2 e^{j(v+2\tilde{\omega}_1)t} + 0,5 b_1^2 e^{jvt} + \\ &+ \overline{b_{1*}}^2 e^{j(v-2\tilde{\omega}_1)t} - b_{3*}^2 e^{j(v+2\tilde{\omega}_3)t} - 0,5 b_{3*}^2 e^{jvt} - \overline{b_{3*}}^2 e^{j(v-2\tilde{\omega}_3)t}) + KC; \\ (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) [\alpha_1(t), x_1(t)]^T &= A_{*\alpha, x}^T (b_{1*}^2 e^{j(v+2\tilde{\omega}_1)t} + 0,5 b_1^2 e^{jvt} + \\ &+ \overline{b_{1*}}^2 e^{j(v-2\tilde{\omega}_1)t} + b_{2*}^2 e^{j(v+2\tilde{\omega}_2)t} 0,5 b_2^2 e^{jvt} + \overline{b_{2*}}^2 e^{j(v-2\tilde{\omega}_2)t}) + KC, \end{aligned} \quad (17)$$

де $\tilde{\omega}_i = [\omega_i, \omega_i, \omega_i, \omega_i]^T$; $\tilde{n}_i = [n_i, n_i, n_i, n_i]^T$, $i = \overline{1, 3}$.

Запишемо в розгорнутому вигляді вектори стовпці комбінаційних частот, які стоять у показниках експонент у виразах (17):

$$\begin{aligned}
 v + \tilde{n}_1 &= \left[n_3 + n_1, \omega_2 + n_1, \omega_2 + \omega_3 + n_1, \omega_1 - \omega_3 + n_1 \right]^T; \\
 v - \tilde{n}_1 &= \left[n_3 - n_1, \omega_2 - n_1, \omega_1 + \omega_3 - n_1, \omega_1 - \omega_3 - n_1 \right]^T; \\
 v + 2\tilde{\omega}_1 &= \left[n_3 + 2\omega_1, \omega_2 + 2\omega_1, 3\omega_1 + \omega_3, 3\omega_1 - \omega_3 \right]^T; \\
 v - 2\tilde{\omega}_1 &= \left[n_3 - 2\omega_1, \omega_2 - 2\omega_1, \omega_3 - \omega_1, -\omega_1 - \omega_3 \right]^T; \\
 v + 2\tilde{\omega}_2 &= \left[n_3 + 2\omega_2, 3\omega_2, \omega_1 + \omega_3 + 2\omega_2, \omega_1 - \omega_3 + 2\omega_2 \right]^T; \\
 v - 2\tilde{\omega}_2 &= \left[n_3 - 2\omega_2, -\omega_2, \omega_1 + \omega_3 - 2\omega_2, \omega_1 - \omega_3 - 2\omega_2 \right]^T; \\
 v + 2\tilde{\omega}_3 &= \left[n_3 + 2\omega_3, \omega_2 + 2\omega_3, \omega_1 + 3\omega_3, \omega_1 + \omega_3 \right]^T; \\
 v - 2\tilde{\omega}_3 &= \left[n_3 - 2\omega_3, \omega_2 - 2\omega_3, \omega_1 - \omega_3, \omega_1 - 3\omega_3 \right]^T.
 \end{aligned} \tag{18}$$

У виразах (16) і (18) підкреслені елементи векторів комбінаційних частот, які при означених ЛВ та КВ призводять до виникнення постійних складових збуджень $\langle M_2 \rangle$ і $\langle F_2 \rangle$, якщо підкреслені комбінації частот будуть дорівнювати нулю. Ці збудження, відповідно до (9), спричиняють цікавлячи нас “відходи” ЧЕ НА $\langle \alpha_2 \rangle$ та $\langle x_2 \rangle$ у другому наближенні.

Згідно (5) запишемо максимальні значення постійних складових збуджень, діючих на ЧЕ НА у другому наближенні

$$\begin{aligned}
 \langle F_2 \rangle_m &= -ml_c \langle (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) \alpha_1 \rangle_m + m \langle (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) x_1 \rangle_m, \\
 \langle M_2 \rangle_m &= ml_c \langle w_1 \alpha_1 \rangle_m + (J_{33} - J_{11}) \langle (\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \alpha_1 \rangle_m + \\
 &\quad + ml_c \langle (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) x_1 \rangle_m.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Визначивши умови, при яких праві частини (19) мають максимальні значення, отримаємо формули для їх розрахунку:

$$\begin{aligned}
 \langle w_1 \alpha_1 \rangle_m &= 0,25\mu \sum_{j=1}^5 E_{1j}; \quad \langle (\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \alpha_1 \rangle_m = 0,25\mu \sum_{j=1}^{10} E_{2j}; \\
 \langle (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) \alpha_1 \rangle_m &= 0,25\mu \sum_{j=1}^9 E_{3j}; \quad \langle (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) x_1 \rangle_m = 0,25\mu \sum_{j=1}^9 E_{4j},
 \end{aligned} \tag{20}$$

де $\mu = \max(\mu_{\alpha_i}, \mu_{x_i}) \approx 1,2 \dots 2$, $i = \overline{1,4}$ – показники коливальності АЧХ (15).

Формули для визначення величин E_{ij} ($i = \overline{1,4}$), які входять у (20), мають досить простий вигляд, наприклад:

$$E_{11} = H_{\alpha 4}(0)a_1b_1b_3; \quad E_{24} = H_{\alpha 2}(0)\omega_2b_1^2b_2,$$

і, враховуючи обмежений об'єм статті, тут не наводяться.

Аналітичні вирази, які описують у другому наближенні ВП НА від ЛВ і КВ основи, одержуються після підстановки (20) у (19), а співвідношень (19) у загальну формулу (11) для оцінки ВП.

Розрахунок ВП НА для конкретної ІНС

Обчислимо по отриманим у статті формулам вібраційні похибки НА з ПП типу АК–6. Три таких акселерометри, спільно з трьома лазерними гіроскопами (ЛГ) типу “Гранат–1М”, входять до складу одного з варіантів дослідного зразка комплексу командних приладів (ККП) безплатформної ІНС (БІНС) української ракети–носія “Циклон – 4”. Відзначимо, що для якісної роботи БІНС рівень ВП НА в умовах експлуатації системи не повинен перевищувати $10^{-4} \dots 10^{-3} \text{ м/с}^2$ [1]. У виконанні цієї умови і полягає суть задачі забезпечення вібростійкості акселерометрів.

Параметри НА АК–6 беремо такими: $m = 4,14 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$; $l_c = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $J_{22} = 7,25 \cdot 10^{-9} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $C_3 = 342,4 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$; $G = 7,31 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{рад}^{-1}$; $C_{23} = 0,457 \text{ Н}$; $b = 9,2 \cdot 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$; $b_3 = 0,15 \text{ Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-1}$; $k_\alpha = 1,12 \cdot 10^4 \text{ В} \cdot \text{рад}^{-1}$; $k_n = 18$; $k_{kn} = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{В}^{-1}$.

За джерело ЛВ виберемо задані у міжнародних стандартах [1] для ракетної техніки параметри просторових вібрацій основи з амплітудами $a_i = 200 \text{ м/с}^2$ у діапазоні частот $20 \dots 2000 \text{ Гц}$, а за основне джерело КВ (поряд з просторовими КВ основи) – збудження, що діють на НА зі сторони вібропідвісів ЛГ, які здійснюють кутові коливання ККП навколо його вимірювальних осей з амплітудами $b_i \approx 5 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ на частотах $f_i = \omega_i \cdot (2\pi)^{-1} = 400 \text{ Гц}$.

Результати обчислень ВП НА АК–6 за загальною формулою (11) при $\mu = 1,5$ наведені в таблиці. Аналіз результатів обчислень показує, що розглянуті у статті методичні ВП від ряду збуджень значно перевищують допустимий для цілей інерціальної навігації рівень.

Таблиця.

Числові оцінки методичних ВП МКА з ПП типу АК–6

Співвідношення частот ВЗ і КК	1	$n_1 = n_3$	$\omega_1 = \omega_3$	$\omega_3 = 3\omega_1$	$\omega_1 = 3\omega_3$	$\omega_2 = 2\omega_1$	$\omega_2 = 2\omega_3$
-------------------------------	---	-------------	-----------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------

Значення частот, f_i , $\cdot 10^2 \text{ Гц}$	2	0,05...20	4	$\omega_1 = 4$	$\omega_3 = 4$	$\omega_1 = 4$	$\omega_3 = 4$
Величина ВП $\Delta w, 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$	3	20	112	0,006	0,006	4,1	4,1

1	$2\omega_2 = \omega_1 + \omega_3$	$2\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$	$\omega_3 = \omega_1 + 2\omega_2$	$\omega_1 = \omega_3 + 2\omega_2$	$0,5\omega_2 = \omega_1 + \omega_3$	$\omega_3 = \omega_1 + 0,5\omega_2$	$\omega_1 = \omega_3 + 0,5\omega_2$
2	$\omega_1 = 6$ $\omega_3 = 10$	$\omega_1 = 8$ $\omega_2 = 10$	$\omega_1 = 4$ $\omega_2 = 6$	$\omega_2 = 4$ $\omega_3 = 2$	$\omega_1 = 4$ $\omega_3 = 4$	$\omega_1 = 4$ $\omega_2 = 8$	$\omega_2 = 6$ $\omega_3 = 8$
3	50	0,9	5,3	2,4	42	4,2	4,2

1	$n_3 = 2\omega_2$	$n_3 = 2\omega_3$	$\omega_3 = 2\omega_1$	$n_1 = \omega_1 + \omega_3$	$\omega_3 = n_1 + \omega_1$	$\omega_1 = n_1 + \omega_3$	$n_1 = \omega_2$
2	$\omega_2 = 4$	$\omega_3 = 4$	$\omega_1 = 4$	$\omega_1 = 4$ $\omega_3 = 4$	$\omega_1 = 4$ $n_1 = 6$	$\omega_3 = 4$ $n_1 = 6$	$\omega_2 = 4$
3	4,1	30	30	0,02	0,09	0,09	5

Висновки

Отримані загальна формула (11) та вирази (12), (19) і (20) для розрахунку ВП НА з пружним підвісом ЧЕ, які виникають в найбільш загальних умовах просторового вібраційного руху основи з довільним сполученням частот та початкових фаз детермінованих ЛВ та КВ.

Показано, що наявність пружного підвісу ЧЕ значно розширює кількість методичних ВП НА в порівнянні з НА з класичним жорстким маятниковим підвісом ЧЕ, внаслідок того, що одночасно виникають кутові $\langle \alpha \rangle$ та лінійні $\langle x \rangle$ “відходи” ЧЕ, кожен з яких додає свій внесок у загальний випрямляючий ефект. При цьому, у першому наближенні ВП виникають, згідно (12), від впливу центробіжних сил і моментів інерції, що діють в площині x_1x_3 ЧЕ, а у другому наближенні – як різноманітний прояв випрямляючого ефекту Максвелла–Капіци одночасно по кутовій та лінійній координатам руху ЧЕ.

Обчислені в статті методичні ВП навігаційного НА з ПП типу АК–6 свідчать про значне погіршення точності таких НА в реальних умовах експлуатації. Використання отриманих в статті формул для розрахунку ВП на етапі проектування НА з ПП дозволить суттєво збільшити

вібростійкість таких акселерометрів за рахунок вибору потрібних значень їх конструктивних параметрів.

Список використаної літератури

1. Коновалов С. Ф. Теория виброустойчивости акселерометров.–М.: Машиностроение,1991.– 272с.
2. Ионин А. М., Слюсарь В.М. Погрешность маятникового компенсационного акселерометра с упругим подвесом при работе в условиях пространственной вибрации // Механика гироскопических систем: Межвед. науч.–техн. сб.– Київ: “Либідь”, 1989.– Вып.8.–С.29–34.
3. Zbrutsky A., Chernyak N., Skripkovsky G. Creation of low cost linear accelerometers for navigation and control systems // Symposium Gyro Technology.–Stuttgart, Germany, 2005.– P. 4.1 – 4.11
4. Луниц Я. Л. Ошибки гироскопических приборов.–Л.: Судостроение, 1968.–232с.