УДК 586.383

О. В. Збруцький, С. П. Маляров, Т. В. Стеценко

СИНТЕЗ БАГАТОВИМІРНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ З СИМЕТРІЄЮ

Вступ

Синтез багатоканальних систем керування та стабілізації становить складну задачу, головною проблемою якого є забезпечення незалежності каналів [1]. Проте універсальні алгоритми досягнення незалежності каналів для довільних систем відсутні. Це зумовлює потребу розробки алгоритмів синтезу для кожного з нових випадків. Часто взаємним впливом каналів нехтують для спрощення алгоритму синтезу [2, 3]. В той же час методи синтезу одновимірних систем набули досконалого розвитку та застосування і дозволяють проектувати такі системи для більшості вимог [1, 2].

Постановка задачі

В гіроскопічних системах керування та стабілізації взаємозв'язок між каналами присутній, як правило, не в об'єкті керування [1], а в регуляторі, який містить дво – чи трьоступеневий гіроскопічний сенсор або силовий пристрій [2, 3]. Нехтування такими зв'язками завжди приводить до неповного врахування властивостей системи при синтезі керування і, як наслідок, до неадекватності синтезованої системи. В той же час такі системи можуть мати певну динамічну симетрію, яка дозволяє математично «згорнути» їх до меншої розмірності [4]. Покажемо можливість використання динамічної симетрії системи керування для формального зменшення її розмірності з метою застосування при синтезі керування методів синтезу одновимірних систем.

Математична модель системи та її редукція

Розглянемо задачу синтезу системи керування на прикладі індикаторного двохступеневого гіроскопічного стабілізатора, чутливим елементом якого є динамічно настроюваний гіроскоп [4]. Вважаємо, що динамічні параметри об'єкта керування — платформи відносно осей її підвісу однакові (це може бути досягнуто точно або наближено). Запишемо її рівняння руху з моментами керування, що формуються за вихідними сигналами гіроскопа, у вигляді

$$I_x\dot{\omega}_x + f_x\omega_x = M_{nx} + W\alpha,$$
$$I_y\dot{\omega}_y + f_y\omega_y = M_{ny} + W\beta, \qquad (1)$$

а рівняння динамічно настроюваного гіроскопа [4]

$$B\ddot{\alpha} - H\dot{\beta} + k(\dot{\alpha} - \dot{\gamma}) + \Delta c\alpha = -B\dot{\omega}_x + H_1\omega_y + M_{\Gamma x},$$
$$B\ddot{\beta} + H\dot{\alpha} + k(\dot{\beta} - \dot{\gamma}\alpha) + \Delta c\beta = -B\dot{\omega}_y - H_1\omega_x + M_{\Gamma y}, \qquad (2)$$

де позначено: θ_x, θ_y, ω_x, ω_y – кути та кутові швидкості повороту платформи навколо осей її підвісу, $\theta = \int \omega dt$; α, β – кути повороту ротора гіроскопа відносно платформи; I_x=I_y=I, B – моменти інерції платформи та гіроскопа, f_x=f_y=f, k – коефіцієнти моментів сил вязкого опору відповідно платформи та гіроскопа, M — моменти, що діють по осях підвісу платформи *(M_n)* та ротора гіроскопа *($M_г$)*; H, H_1 – кінетичні моменти гіроскопа, Δc - динамічна жорсткість підвісу гіроскопа, W — інтегрально – диференціальний оператор.

Введемо комплексні змінні та моменти $\varphi = \alpha + i\beta$, $\theta = \theta_x + i\theta_y$, $\Omega = \omega_x + i\omega_y$, $M = M_x + iM_y$, де i – уявна одиниця та зведемо системи рівнянь (1) та (2) до двох рівнянь

$$I\dot{\Omega} + f\Omega = M_n + W\varphi,$$
$$B\ddot{\varphi} + (k + iH)\dot{\varphi} + (\Delta c + k\dot{\gamma})\varphi = -B\dot{\Omega} - iH_1\Omega + M_\Gamma \qquad (3)$$

Таким чином, двовимірна система зведена математично до одновимірної для комплексних змінних Ω та φ.
Введемо відповідно до (3) передаточні функції гіроскопа та платформи

$$W_\Gamma = \frac{1}{B(s + n_1 - i\omega_1)(s + n_2 + i\omega_2)}, \quad W_\Pi = \frac{1}{Is + f},$$

в яких позначено $n_1 = n_2 = k/B$, $\omega_1 H = \Delta c$, $\omega_2 B = H$, ω_j — частоти вільних коливань гіроскопа, s — оператор Лапласа. Тоді структурна схема двовимірної системи керування може бути зображена, як показано на рисунку. В гіроскопічних системах стабілізації керування здійснюється, як правило, через гіроскоп формуванням необхідного сигналу керування $M_к$, відповідно якому до гіроскопа прикладається момент $M_г$ та викликається програмний рух гіроскопа.

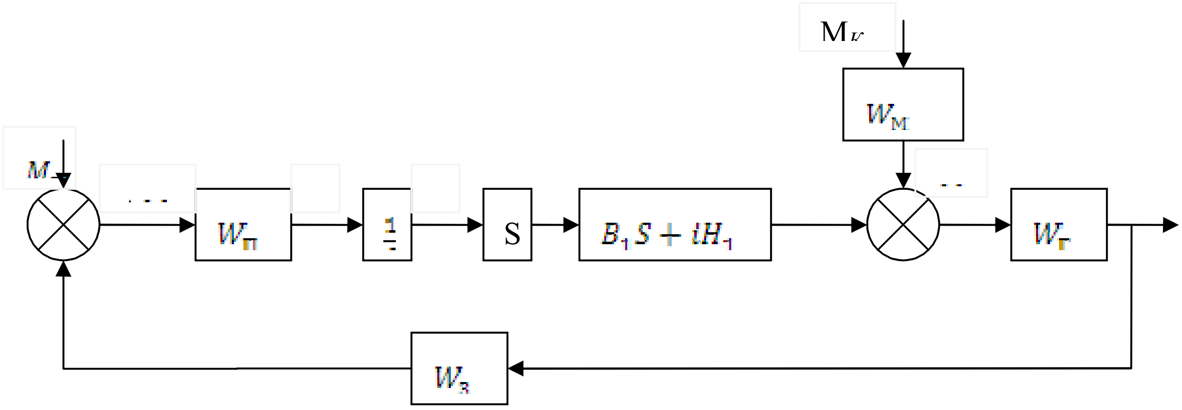

Рис. Структурна схема системи

Синтез системи керування

Синтез керування системи стабілізації повинен забезпечити однозначну залежність керованої змінної (кожного з кутів повороту платформи θ) і сигналу керування (одного з моментів керування $M_к$, чи одного з моментів гіроскопа $M_г$), та забезпечення мінімальної похибки стабілізації (ΔM чи θ) при дії на платформу збурюючих моментів $M_п$. Перша задача означає відсутність взаємозв'язку між каналами керування. Необхідною умовою вирішення цієї задачі, як видно з диференціальних рівнянь руху (1) та (2), є формування передатної функції системи (3) (див. рис.) за сигналом керування, яка була б некомплексною функцією - дійсною, або уявною. При цьому одночасно повинна виконуватись вимога щодо якості керування. Друга задача традиційно полягає у виборі чи формуванні параметрів контуру керування з умови необхідної точності в заданому частотному діапазоні зміни збурюючих впливів. Розглянемо першу задачу. З структурної схеми системи (див. рис.) знайдемо структуру передаточної функції системи за сигналом керування $M_к$

$$\Phi^{\theta}_{мк} = \frac{1}{s} \cdot \frac{W_M W_Г W_П W}{1 + (Bs + iH_1) W_Г W_П W}. \tag{4}$$

Для задоволення вимоги некомплексності функції (4) достатньо вибрати передаточну функцію ланки зворотного зв’язку у вигляді

$$W = \frac{W_к}{(Bs + iH_1) W_Г}; W_м = Bs + iH_1 = B(s + i\omega_2), \tag{5}$$

де поліном $W_к$ повинен бути синтезований. Та наявність в передаточній функції W (5) коливальної ланки без затухання приводить до незадовільної якості перехідних процесів через знаходження системи на межі коливальної стійкості. Для уникнення цього виберемо передаточні функції (5) у вигляді

$$W=\frac{W_к}{W_Г W_м}, W_м=B(s+i\omega_2+n_2). \tag{6}$$

Тоді отримаємо для передаточної функції (4) за сигналом керування

$$\Phi_{мк}^{\theta}=\frac{1}{s}\cdot\frac{(s+i\omega_2+n_2)W_К W_П}{n_2+(s+i\omega_2)(1+W_К W_П)} \tag{7}$$

та по моменту, що діє на гіроскоп

$$\Phi_{мк}^{\theta}=\frac{1}{s}\cdot\frac{W_К W_П}{n_2+(s+i\omega_2)(1+W_К W_П)}. \tag{8}$$

Передаточна функція системи за збурюючим моментом, що діє на платформу, матиме вигляд

$$\Phi_{мк}^{\theta}=\frac{1}{s}\cdot\frac{W_П}{1+W_К W_П(Bs+iH_1)W_М^{-1}}. \tag{9}$$

Знайдемо структуру передаточної функції $W_к$ для забезпечення якості керування та точності системи при дії збурень. З передаточної функції (9) по збуренню неважко бачити, що для забезпечення астатизму системи за збурюючим моментом $M_п$ платформи доцільно взяти

$$W_К=\frac{1}{s^2}W_{К1}. \tag{10}$$

В [5] показано, що оптимальна якість керування в системі з передаточними функціями вигляду (7) – (10) може бути досягнута шляхом застосування в законі керування поліномів $W_{к1}$ другого та третього порядків. Для досягнення гарантованої точності системи при збуреннях [6] мінімальний ступінь поліному $W_{к1}$ повинен дорівнювати третьом. Приймемо

$$W_{К1}=KG_1(s), G_1(s)=K_0+K_1 s+K_2 s^2+K_3 s^3. \tag{11}$$

Тоді передаточні функції (7) – (9) будуть

$$\Phi_{мк}^{\theta}=\frac{1}{s}\cdot\frac{W_{К1}(s+i\omega_2+n_2)}{G(s)(s+i\omega_2)+n_2(Is+f)s^2}, \Phi_{мг}^{\theta}=\frac{1}{s}\cdot\frac{W_{К1}}{G(s)(s+i\omega_2)+n_2(Is+f)s^2},$$

$$\Phi_{мп}^{\theta}=s\cdot\frac{s+i\omega_2+n_2}{G(s)(s+i\omega_2)+n_2(Is+f)s^2},$$

$$G(s)=(K_3K+I)s^3+(K_2K+f)s^2+KK_1 s+KK_0. \tag{12}$$

Коефіцієнти K_j (j=0...3) поліному (12) можуть бути знайдені шляхом оптимізації вибраного функціоналу якості відповідно до вимог системи керування [1,6]. Забезпечуючи значення коефіцієнтів K_j зворотного зв'язку такими, що значно переважають параметри I та f платформи, отримаємо

$$G(s) = KG_1(s), \tag{13}$$

а приймаючи до уваги малість коефіцієнта n_2 сил вязкого опору в гіроскопі, знайдемо наближені вирази передаточних функцій (12) системи

$$\Phi^{\theta}_{мк} = \frac{1}{s}, \qquad \Phi^{\theta}_{мп} = \frac{s}{KG_1(s)}. \tag{14}$$

Структура передаточної функції (13), (14) системи за збурюючим моментом дозволяє вибрати постійне значення коефіцієнта K зворотного зв'язку, виходячи з умови забезпечення необхідної точності $\theta_{доп}$ системи стабілізації в умовах хитавиці основи

$$\Omega_{oc} = \Omega_o \sin\lambda t,$$

на якій встановлена стабілізована платформа, на певній частоті λ хитавиці [2, 3]. При максимальному значенні моменту M_{mo} сил сухого тертя, що діє по осях підвісу платформи, виконавши гармонічну лінеаризацію моментів сил тертя, з (14) отримаємо

$$K \geq = \frac{4\lambda M_{mo}}{\pi\theta_{доп}\left|G_1(\lambda)\right|}. \tag{15}$$

Для статичної системи стабілізації за збурюючим моментом M_n платформи будемо мати

$$W_K = \frac{1}{s} W_{K2}. \tag{16}$$

Можливість гарантування точності системи в цьому випадку буде забезпечена вибором передаточної функції алгоритму керування

$$W_{к2} = K(K_0 + K_1 s + K_2 s^2) = KG_2(s). \tag{17}$$

Тоді передаточні функції системи будуть

$$\Phi^{\theta}_{мк} = \frac{1}{s} \cdot \frac{(s + i\omega_2 + n_2)W_{K2}}{(s + i\omega_2)G(s) + n_2 s(Is + f)}, \Phi^{\theta}_{мг} = \frac{1}{s} \cdot \frac{W_{K2}}{(s + i\omega_2)G(s) + n_2 s(Is + f)},$$

$$\Phi^{\theta}_{мп} = \frac{s + i\omega_2 + n_2}{(s + i\omega_2)G(s) + n_2 s(Is + f)},$$

$$G(s) = (I + K_2 K)s^2 + (f + KK_1)s + KK_0. \tag{18}$$

Якщо коефіцієнти K_j зворотного зв'язку значно переважають параметри I та f платформи, та при малому значенні коефіцієнта n_2 сил в'язкого опору в гіроскопі отримаємо

$$G(s) = KG_2(s), \qquad \Phi^{\theta}_{мк} = \frac{1}{s}, \Phi^{\theta}_{мп} = \frac{1}{KG_2(s)}. \tag{19}$$

У випадку постійного значення коефіцієнта K зворотного зв'язку він може бути знайдений аналогічно (15) з умови забезпечення точності системи при заданому збуренні та визначається з умови

$$K \geq \frac{4M_{TO}}{\pi\theta_{доп}\left|G_2(\lambda)\right|}. \tag{20}$$

Гарантовану точність системи керування можна забезпечити при довільних збуреннях, використовуючи отриману структуру керування (10), (11), або (16), (17) та можливість настроювати коефіцієнт K (12), (14), (19) відповідно до діючих збурень в адаптивній системі [6].

Висновки

Показана можливість редукції двомірної системи до одновимірної використанням її симетрії та введенням комплексної змінної. Отримана умова незалежності каналів керування, яка полягає в некомплексності передаточної функції системи керування. Застосування редукції системи дозволяє синтезувати закон керування, використовуючи методи синтезу одновимірних систем. Показаний підхід до вибору структури алгоритму оптимального керування з можливістю одночасного забезпечення нечутливості системи до зовнішніх збурень та забезпечення необхідної її точності.

Список використаної літератури

1. *Методы* классической и современной теории автоматического управления. Под ред. Н. Д. Егупова. Т.2. Синтез регуляторов и теория оптимальных систем автоматического управления. – М.: МГТУ им. Баумана, 2000.–748с.
2. *Александров А. Д.* и др. Индикаторные гироскопические платформы. – М.: Машиностроение, 1979. – 366с.
3. *Пельпор Д. С., Матвеев В. А., Фатеев В. В.* Гироскопические стабилизаторы на динамически настраиваемых вибрационных гироскопах. – М.: МВТУ им. Баумана, 1985.– 62с.
4. *Збруцький О. В., Маляров С. П.* Двовимірний датчик кутової швидкості на симетричному трьох степеневому гіроскопі//Механіка гіроскопічних систем. – Наук. – техн. збірник.–2009.–№20.–С.5–12.
5. *Прач А. А., Маляров С. П.* Выбор структуры сенсорного измерительного модуля оптимальной системы стабилизации//Механіка

гіроскопічних систем. – Наук. – техн. збірник.–2008.–№19.–С.183–189.
6. *Збруцкий А. В., Прач А. А.* Обеспечение точности программного управления в условиях произвольных возмущений//Системи керування, навігації та зв'язку.–2007.–Вип.3.– С. 48–54.