

УДК 629.735.051–52(045)

К. В. Мельник, А. А. Туник

ПРОЕКТИРОВАНИЕ МНОГОМЕРНЫХ РОБАСТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЁТОМ НА ОСНОВЕ ПРОЦЕДУР H_∞ -ОПТИМИЗАЦИИ И μ -СИНТЕЗА

Краткое описание объекта управления и постановка задачи

Задача робастного управления полётом является в настоящее время одной из наиболее актуальных задач, определяющих как эффективность выполнения полётных заданий, так и безопасность полёта [1–3]. Это связано с тем, что модели динамики ЛА, которые используются в качестве исходной информации при проектировании систем управления полётом, зависят от высоты и скорости полёта, а также и от некоторых параметров атмосферы. В связи с этим параметры модели динамики изменяются в реальном полёте в значительных пределах [1–3]. Помимо этого следует также учесть и несоответствие линеаризованной модели динамики, используемой при решении задачи синтеза и реальной модели ЛА, которая в наиболее общем случае описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений.

Эта система, так же как и система линеаризованных уравнений, содержит параметрические возмущения (неопределённости), которые делятся на структурированные и неструктурированные [4–6]. Под структурированными параметрическими неопределённостями (возмущениями) понимают неопределённость параметров модели, когда её структура известна. Эти неопределённости обладают интервальными свойствами, то есть параметры модели могут принимать любые значения внутри заданных для них интервалов. Под неструктурированными параметрическими возмущениями (неопределённостями) понимают неопределённость, как структуры модели, так и её параметров. Эта неопределённость возникает в тех случаях, когда, например, в процедуре синтеза используется линеаризованная модель, а затем полученный регулятор применяют к нелинейной модели. Кроме того, при синтезе зачастую не учитывают упругие свойства ЛА или динамику предимпульсных фильтров и вычислительные запаздывания в дискретной системе, но при моделировании системы управления эти свойства должны быть учтены [7].

Поэтому зачастую этот вид неопределённости называют немоделируемой динамикой (unmodelled dynamics [4–5; 8]). Задача управления высотой и скоростью полёта в данной статье решается при наличии как параметрических (внутренних) возмущений, так и при

воздействии на систему внешних возмущений. Эти возмущения могут быть как детерминированными, так и стохастическими. Первые представляют собой порывы ветра, вторые – турбулентный ветер, описываемый моделью Драйдена [9]. Модели этих возмущений также содержат неопределённости (профиль ветра в первом случае и параметры спектральной плотности во втором), но при этом возмущения должны быть ограничены по модулю (BIBO – поход: bounded input, bounded output).

Рассмотрим математические модели ЛА, используемые для синтеза систем управления. В данной работе используется общепринятый в мировой практике подход, основанный на применении эталонных моделей (benchmark models), которые институт IEEE рекомендует для проектирования систем управления [10].

Полные нелинейные модели достаточно подробно описывают динамику ЛА и поэтому являются весьма громоздкими. В работе использована модель лёгкого шестиместного самолёта «Beaver», содержащая все вышеуказанные компоненты и представленная в [11]. Учитывая громоздкость нелинейной модели, представим её в общем виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= F(x, u, w) \\ y &= Cx + d \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где вектор состояния x в скоростной системе координат имеет вид:

$$x = [V, \alpha, \beta, p, q, r, \varphi, \theta, \psi, x_e, y_e, H]^T. \quad (2)$$

Здесь V – воздушная истинная скорость (ИВС), α – угол атаки самолёта; β – угол скольжения; p – угловая скорость крена; q – угловая скорость тангажа; r – скорость изменения угла рысканья; φ – угол крена; θ – угол тангажа; ψ – угол рыскания; x_e, y_e – пройденный путь и боковое отклонение от линии заданного пути в ортодромической системе координат; H – высота полёта. Вектор управления u равен:

$$u = [\delta_a, \delta_e, \delta_r, \delta_f, \Omega, m]^T, \quad (3)$$

где $\delta_a, \delta_e, \delta_r, \delta_f$ – углы отклонения элеронов, руля высоты, руля направления и закрылков соответственно, Ω – число оборотов ротора поршневого двигателя (ПД), m – наддув цилиндров ПД.

Вектор возмущения w равен:

$$w = [V_x, V_y, V_z]^T, \quad (4)$$

где V_x, V_y, V_z – соответствующие проекции мгновенной скорости турбулентного ветра на оси ЛА. Матрица измерений C имеет размерность 8×12 и может быть представлена в виде блочной матрицы вида:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & O_{1 \times 8} & O_{1 \times 3} \\ O_{6 \times 3} & I_{6 \times 6} & O_{6 \times 3} \\ O_{1 \times 3} & O_{1 \times 8} & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $I_{6 \times 6}$ – единичная матрица размером (6×6) , $O_{i \times j}$ – нулевые матрицы размером $i \times j$. Из (5) следует, что аэродинамические углы α и β не измеряются. Кроме того, координаты x_e и y_e тоже исключаются из рассмотрения при решении задач управления высотой и скоростью полёта.

Решение вышеупомянутой задачи стабилизации высоты и скорости полёта основано на линеаризации системы (1) и разделении пространственного движения ЛА на уравнения продольного и бокового движений.

Линеаризуем модель (1) в окрестностях некоторых установившихся значениях высоты и скорости полёта, и выделим стандартную систему линеаризованных уравнений продольного движения в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 u + B_2 f; \\ y &= Cx + n, \end{aligned} \quad (6)$$

где для случая продольного движения $x = [\Delta V, \alpha, q, \theta, h]^T$ – вектор состояния; $u = [\delta_e, \delta_f, \Omega, m]^T$ – вектор управления; вектор выходных переменных объекта управления $y = [\Delta V, q, \theta, h]^T$; $n = [n_{\Delta V}, n_q, n_\theta, n_h]^T$ – вектор шумов измерений; $f = [w_u, w_w, w_q]^T$ – вектор внешних ветровых возмущений; ΔV – отклонение ИВС от установившегося значения; α – угол атаки самолёта; q – угловая скорость тангажа; θ – угол тангажа; h – отклонение высоты от установившегося значения; δ_e – отклонение руля высоты; δ_f – отклонение закрылков; Ω – отклонение оборотов двигателя от установившегося значения; m – отклонение наддува ПД от установившегося значения; w_u – горизонтальная составляющая скорости турбулентного ветра; w_w – вертикальная составляющая скорости ветра; w_q – турбулентная угловая скорость тангажа. A, B_1, B_2 – постоянные матрицы соответствующих размеров, которые определяют структуру объекта управления, C – постоянная матрица измерений, соответствующая вектору y .

Эти матрицы приведено ниже для скорости $V = 39$ м/с и для скорости $V_p = 51$ м/с, при этом матрицы, которые соответствуют скорости V_p , обозначим через A_p, B_p, D_p .

$$A_p = \begin{bmatrix} -0,033 & 6,1 & -0,45 & -9,8 & -12 \times 10^{-5} \\ -0,0067 & -1,7 & 0,97 & 0,002 & -15 \times 10^{-6} \\ 0,011 & -8,1 & -3,9 & 0 & -43 \times 10^{-6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,011 & -51 & 0 & 51 & 0 \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} -0,051 & 5,1 & -0,43 & -9,8 & -16 \times 10^{-5} \\ -0,011 & -1,2 & 0,97 & -0,0021 & -18 \times 10^{-6} \\ 0,018 & -6,2 & -3,0 & 0 & -56 \times 10^{-6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,0085 & -39 & 0 & 39 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_p = \begin{bmatrix} -0,58 & -2 & -3,7 \times 10^{-4} & 0,049 \\ -0,12 & -0,45 & -1,1 \times 10^{-5} & -0,0014 \\ -15 & 3,3 & -1,4 \times 10^{-4} & -0,018 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} -0,61 & -1,6 & -5,4 \times 10^{-4} & 0,071 \\ -0,091 & -0,36 & -2 \times 10^{-5} & -0,0027 \\ -9 & 1,9 & -1,8 \times 10^{-4} & -0,024 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(7)

Заметим, что $D_p = D = O_{4 \times 4}$, $C_p = C$.

Четвёрка этих матриц определяет систему линейных дифференциальных уравнений в пространстве состояний. Условимся считать математическую модель при $V = 39$ м/с номинальной моделью ЛА, а модель при $V_p = 51$ м/с параметрически возмущённой моделью.

Четвёрка матриц (7) определяет соответствующую матрицу передаточных функций (ПФ):

$$P(s) = C(sI - A)^{-1}B.$$

Перейдём к математической формулировке задачи управления. Рассмотрим структурную схему замкнутой системы управления, которая в задачах робастного управления обычно представляется в виде, изображённом на рис. 1.

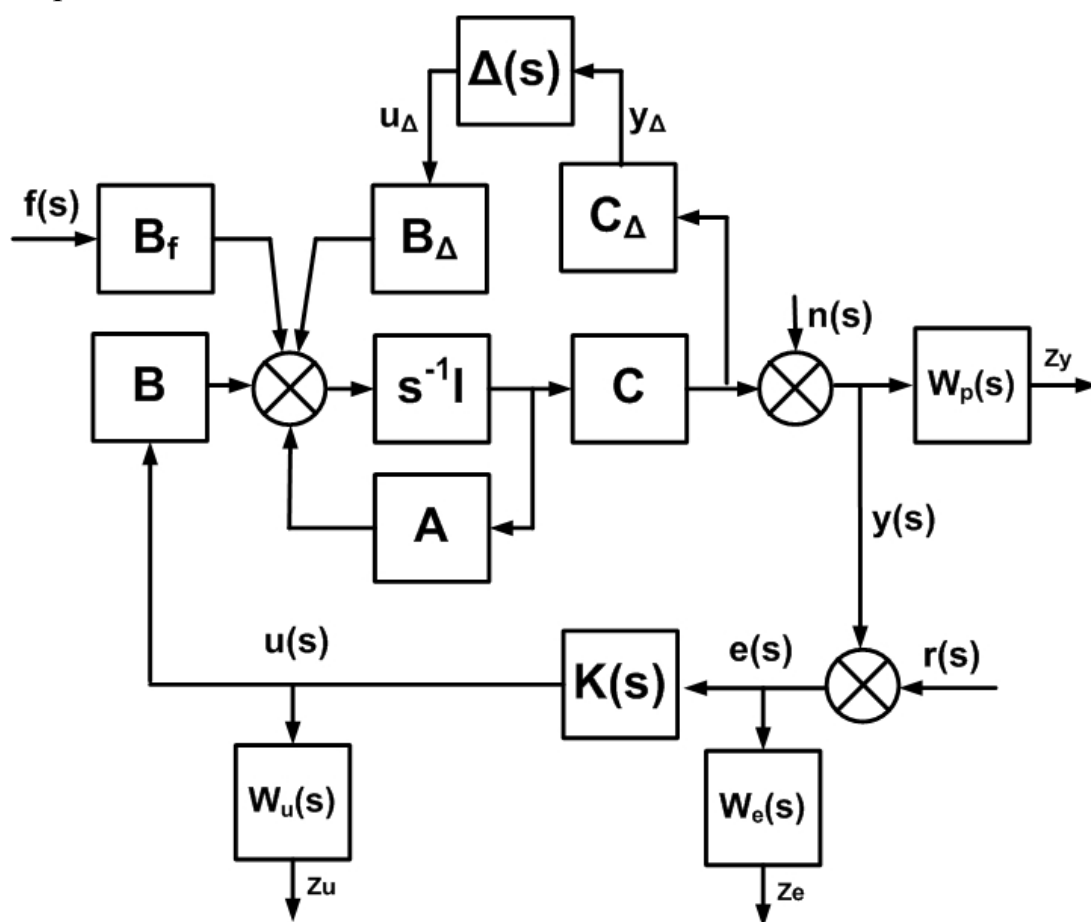


Рис. 1. Структурная схема системы стабилизации

Здесь $K(s)$ – матрица ПФ регулятора; $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$ – матрицы ПФ, которые учитывают вес ошибки $e(s)$, управления $u(s)$ и выходного вектора $y(s)$, определяющие желаемые частотные свойства каждого из приведённых выше сигналов; z_y , z_u , z_e – взвешенные сигналы, которые используются для оценки показателя качества системы.

Внешними сигналами, воздействующими на систему, являются: $r(s)$ – вектор задающего воздействия, $f(s)$ – вектор внешнего возмущения, $n(s)$ – вектор шумов измерений (помехи).

Неопределённость параметров объекта (изменение элементов матриц пространства состояний в заданных пределах) можно отобразить обратной

связью с матрицей передаточных функций $\Delta(s)$. A , B , C – матрицы которые определяют описание объекта управления с матрицей ПФ $P(s)$ в пространстве

состояний: $P(s) \square \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & 0 \end{array} \right]$, матрица B_f – вводит внешнее возмущение $f(s)$,

матрицы B_Δ и C_Δ определяют дополнительные входы u_Δ и выходы y_Δ , порождаемые неопределённостью $\Delta(s)$. Эта неопределённость (в частотной области) полностью определяется матрицами (7).

Введём матрицы чувствительности $S(s)$, комплементарной чувствительности $T(s)$ и чувствительности управления $R(s)$:

$$S(s) = (I + K(s)P(s))^{-1}; \quad T(s) = K(s)P(s)(I + K(s)P(s))^{-1}; \quad R(s) = K(s)(I + K(s)P(s))^{-1}.$$

Тогда выражения для выходной переменной $y(s)$, ошибки $e(s)$ и управления $u(s)$ запишутся следующим образом: $y(s) = r(s)T(s) + d(s)S(s)P(s) + n(s)S(s)$; $e(s) = r(s)S(s) - d(s)S(s)P(s) - n(s)S(s)$; $u(s) = r(s)R(s) - d(s)T(s) - n(s)R(s)$.

Для матриц чувствительности и комплементарной чувствительности справедливо следующее выражение $T(s) + S(s) = E$ [5], где E – единичная матрица соответствующей размерности. Как известно, минимизация H_∞ -нормы функции комплементарной чувствительности $T(s)$ в соответствии с теоремой о малом коэффициенте усиления [8] гарантирует робастную устойчивость системы. Минимизация $\|S(s)\|_\infty$ определяет робастное качество. С точки зрения качества следует также минимизировать функцию чувствительности по управлению $\|R(s)\|_\infty$.

Данная задача по определению [12] относится к трудным задачам теории управления, которые характеризуются невыпуклостью и NP -сложностью (NP -hard), когда количество операций, необходимых для решения задачи, не может быть определено с помощью полиномиальных выражений. В связи с этим, точное решение таких задач неизвестно, но в то же время можно получить решение, полностью удовлетворяющее достаточно жёстким техническим требованиям.

Основное требование в подходе H_∞ -оптимизации заключается в том, чтобы замкнутая система удовлетворяла требованиям как робастности, так и качества. Для этого H_∞ -норма блочной матрицы $N(s) = [S(s) \quad T(s) \quad R(s)]^T$ должна быть ограниченной:

$$\|N(s)\|_\infty \leq \gamma. \quad (8)$$

Данное условие носит название задачи смешанной (mixed) чувствительности [5; 8; 13]. Таким образом, в задачах данного класса

строгая минимизация функционала заменяется требованием, определяемым неравенством (8).

Из равенства $T(s) + S(s) = E$ следует, что требования робастной устойчивости и робастного качества являются противоречивыми. Компромисс между ними достигается выбором матриц весовых ПФ $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$, определяющих желаемые частотные свойства сигналов ошибки $e(s)$, выхода $y(s)$ и управления $u(s)$ соответственно.

После включения весовых ПФ в (8) получим взвешенную матрицу смешанной чувствительности:

$$N_w(s) = \left\| \begin{array}{l} S(s)W_e(s) \\ T(s)W_p(s) \\ R(s)W_u(s) \end{array} \right\|_{\infty} \leq \gamma. \quad (9)$$

H_{∞} – норма функции взвешенной смешанной чувствительности $N(s)$ является минимизируемым функционалом, зависящим от варьируемых функций $K(s)$, то есть от матрицы ПФ искомого регулятора, а также от матриц весовых ПФ $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$. В отличие от классической задачи вариационного исчисления, в данной задаче синтеза субоптимального регулятора минимизируется не H_{∞} – норма функции смешанной чувствительности $N(s)$, а её верхняя оценка γ вышеуказанного функционала (9).

Алгоритм решения поставленной задачи

Одним из методов решения данной задачи является автоматизированное проектирование робастного регулятора с помощью технологии μ -синтеза [3; 5; 8; 14], которая имеет мощную программно–алгоритмическую поддержку в пакете прикладных программ (ППП) MATLAB.

Как известно [3; 5; 8], стандартной процедурой синтеза субоптимального регулятора на основе минимизации H_{∞} –нормы функции смешанной чувствительности (9) является отыскание структуры и параметров регулятора с матрицей ПФ $K(s)$, состоящего из наблюдателя и собственно регулятора. Поэтому он базируется на одновременном решении двух уравнений Риккати [5; 8], зависящих от величины γ . Эти решения должны удовлетворять также определённым дополнительным условиям, поэтому решения уравнений Риккати производятся в замкнутом цикле до нахождения такой величины γ_{\min} , при которой решения уравнений Риккати будут существовать и удовлетворять вышеупомянутым

условиям. В этом случае они определяют структуру и параметры регулятора $K(s)$. Поскольку эти уравнения и сопутствующие им дополнительные условия достаточно хорошо известны в литературе [5; 8; 15–16], то в данной статье они не приводятся.

Этот метод даёт эффективные результаты для одномерных систем, но в случае многомерных систем его эффективность может быть повышена за счёт дополнительной процедуры μ -анализа. Под μ понимают структурированное сингулярное число (ССЧ), которое определяется для эквивалентной структурной схемы системы управления, известной под названием M_Δ -конфигурации [5; 8]. Блок-схема этой конфигурации показана на рис. 2. Здесь M – замкнутая система с номинальными параметрами объекта $P(s)$, u_Δ , y_Δ – дополнительные входы и выходы соответственно, порождаемые неопределённостью $\Delta(s)$.

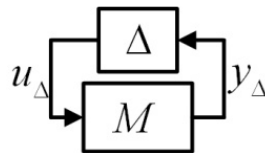


Рис. 2. Сведение к M_Δ -конфигурации

Далее воспользуемся определением ССЧ $\mu_\Delta(M)$ [3; 5; 8; 14], которое является величиной, обратной такой минимальной H_∞ -норме структурированного параметрического возмущения $\Delta(s)$, которая выводит систему изображённую на рис. 3 на границу устойчивости, т.е. $\det(I - M\Delta) = 0$ (согласно обобщённому критерию Найквиста для многомерных систем [5]):

$$\mu_\Delta(M) = \left[\frac{1}{\min \{ \|\Delta\|_\infty : \Delta \in \bar{\Delta}, \det(I - M\Delta) = 0 \}} \right].$$

Минимизация $\mu_\Delta(M)$ по $K(j\omega)$ определяет максимальную H_∞ -норму неопределённости $\Delta(j\omega)$, при которой система будет сохранять устойчивость (свойство робастной устойчивости [13–14]). В работе [5] показано что, для одномерных систем величина $\mu_\Delta(M) = \|N_w\|_\infty$, где N_w определяется выражением (9). Таким образом, для этих систем минимизация H_∞ -нормы функции смешанной чувствительности автоматически включает и минимизацию ССЧ μ . В тоже время в работах [5; 8; 14] показано, что для многомерных систем:

$$\mu_{\Delta}(M) \leq \|N_w\|_{\infty}. \quad (10)$$

Как указывалось выше, задача минимизации H_{∞} -нормы матрицы смешанной чувствительности многомерной системы может быть выполнена как по матрице ПФ регулятора $K(s)$, так и по весовым матрицам $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$, определяющих частотные свойства соответствующих сигналов системы. Задачей H_{∞} -синтеза является минимизация H_{∞} -нормы матрицы N_w только по матрице $K(s)$. Из неравенства (10) следует, что решение стандартной задачи H_{∞} -синтеза не обеспечивает в полной мере минимизацию $\|N_w(j\omega)\|_{\infty}$, т.к. имеется возможность дополнительного уменьшения этой нормы за счёт изменения частотных свойств весовых функций.

В [5; 8] показано, что верхняя граница максимально возможного сингулярного числа $\mu_{\Delta}(P)$ определяется неравенством:

$$\mu_{\Delta}(P(s)) \leq \inf \bar{\sigma}(D(s)P(s)D^{-1}(s)), \quad (11)$$

где $\bar{\sigma}$ – максимальное сингулярное число, $P(s)$ – матрица ПФ объекта управления, а $D(s)$ – масштабирующая матрица, коммутируемая с $\Delta(s)$: $D(s)\Delta(s) = \Delta(s)D(s)$.

На рис. 3 представлено преобразование, которое соответствует (11) и необходимо для дальнейшей оптимизации с целью нахождения:

$$\begin{aligned} & (K_{opt.}(j\omega), D_{opt.}(j\omega)) = \\ & = \arg \min_K \max_{\omega} \min_{D \in \bar{D}} \bar{\sigma} \left[D(j\omega) F_L(P, K, j\omega) D^{-1}(j\omega) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где $F_L(P, K, j\omega)$ обозначает ПФ замкнутой системы, состоящей из объекта управления с ПФ $P(s)$ и регулятора $K(s)$.

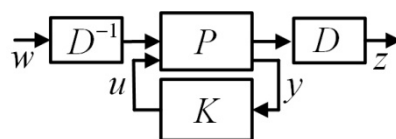


Рис. 3. Преобразование D -масштабирования

Поскольку $D(j\omega)$ является частотно-зависимой функцией, то изменение $D(j\omega)$ в процессе оптимизации позволяет определить частотные свойства замкнутой системы управления, при которых достигается минимум ССЧ.

Из формулы (12) следует процедура DK – итераций, которая заключается в повторении следующих шагов:

1. Отыскание $K(s)$, минимизирующего показатель качества (9). Этот шаг выполняется с помощью процедуры H_∞ –синтеза, основанного на одновременном решении двух уравнений Риккати, при фиксированной матрице масштабирующих функций $D(s)$.

2. Отыскание функции $D(s)$ при фиксированном регуляторе $K(s)$, минимизирующий показатель (12).

После выполнения каждого шага оценивается ССЧ μ и процедура останавливается при достижении минимального значения μ . В ППП системы MATLAB μ -Tools, DK – итерации выполняются с использованием графического интерфейса «**dkitgui**» или оператора «**dkit.m**».

В соответствии с вышеизложенным можно представить процедуру μ –синтеза в виде блок–схемы, изображённой на рис. 4, где блоки 9, 11 – определяют принятие решения о соответствии показателей качества требованиям к динамике замкнутой системы.

Первый шаг (блок 1) заключается в задании неопределённости, которая присуща данному

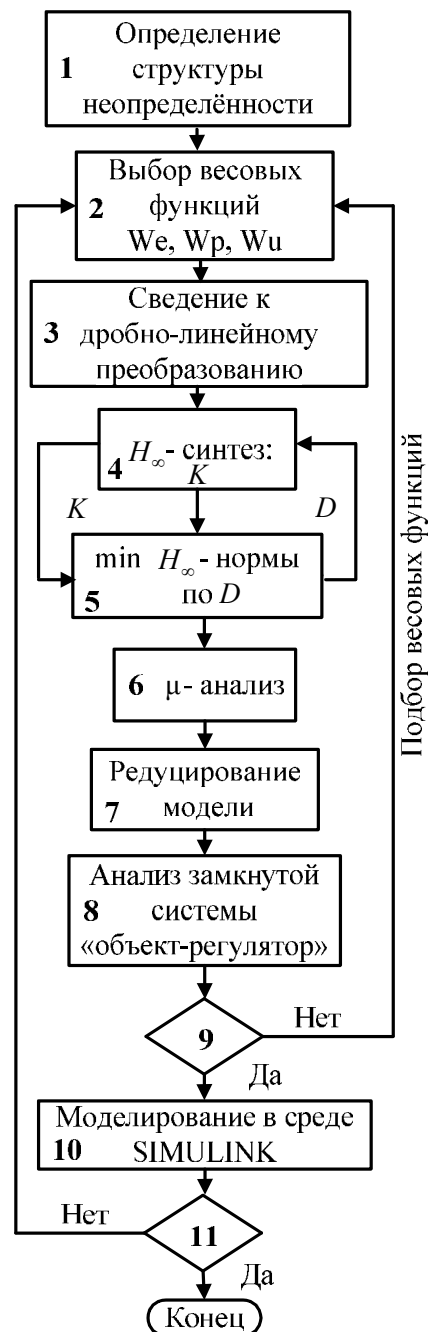


Рис. 4. Структурная схема алгоритма μ -синтеза

конкретному объекту, в виде стандартной формы дробно–линейного преобразования (ДЛП), с которым осуществляются все последующие процедуры синтеза. Одним из примеров ДЛП является блок–схема, представленная на рис. 2. Второй шаг (блок 2) – это выбор весовых функций для частотной коррекции замкнутого контура и всей динамической системы в целом.

Весовые ПФ играют роль фильтра, для достижения желаемых динамических характеристик замкнутой системы «ЛА–автопилот». На рис. 5 отображён пример весовых ПФ $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$, используемых в процедуре μ – синтеза. Заметим, что эффективность частотной коррекции, которая вначале определяется весовыми функциями $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$, значительно усиливается при выполнении DK – итераций за счёт дополнительной робастной оптимизации по частотно–зависимым функциям $D(s)$. После этого, с помощью ДЛП (блок 3) создается номинальная система (предполагающаяся устойчивой), куда включаются все весовые функции, обеспечивающие заданное качество синтезированной системы. Всё это является сравнительно непростой процедурой. В MATLAB’е решение этой задачи значительно облегчается при использовании мощной программной поддержки, содержащейся в командах: «**starp.m**», «**lft.m**», «**sysic.m**». Описанные первые три шага являются приведением исходной задачи к стандартной форме, пригодной для процедуры μ – синтеза. После этого выполняется процедура DK – итераций (блоки 4, 5) с дальнейшим μ – анализом (блок 6). Синтезированный регулятор, как правило, имеет высокий порядок, в отличие от номинальной модели из–за введения весовых функций и D – масштабирования. Поэтому следующий этап (блок 7) состоит в редуцировании (понижении) порядка регулятора, определяемого матрицей ПФ $K(s)$, с помощью ганкелевых сингулярных чисел [5; 8].

Конечным результатом процедуры синтеза является аналитическая модель регулятора в виде: $u(s) = -K(s)y(s)$. Дальнейшие шаги 8–11 заключаются в анализе полученной системы «ЛА–автопилот» на соответствие заданным требованиям качества замкнутой системы и в моделировании замкнутой системы в среде Simulink. В случае несоответствия требованиям выполняется коррекция весовых функций, и весь цикл повторяется, начиная с блока 2.

Пример расчета автомата стабилизации

В качестве примера расчета была рассмотрена задача синтеза робастного регулятора для стабилизации одновременно как высоты, так и ИВС самолёта «Beaver», полную нелинейную математическую модель которого представлено в работе [11]. Данная процедура использована для

синтеза робастной системы стабилизации продольного движения самолета «Beaver», при диапазоне неопределённости моделей движения, порождаемых изменением ИВС в пределах $39 \text{ м/с} \leq V \leq 51 \text{ м/с}$.

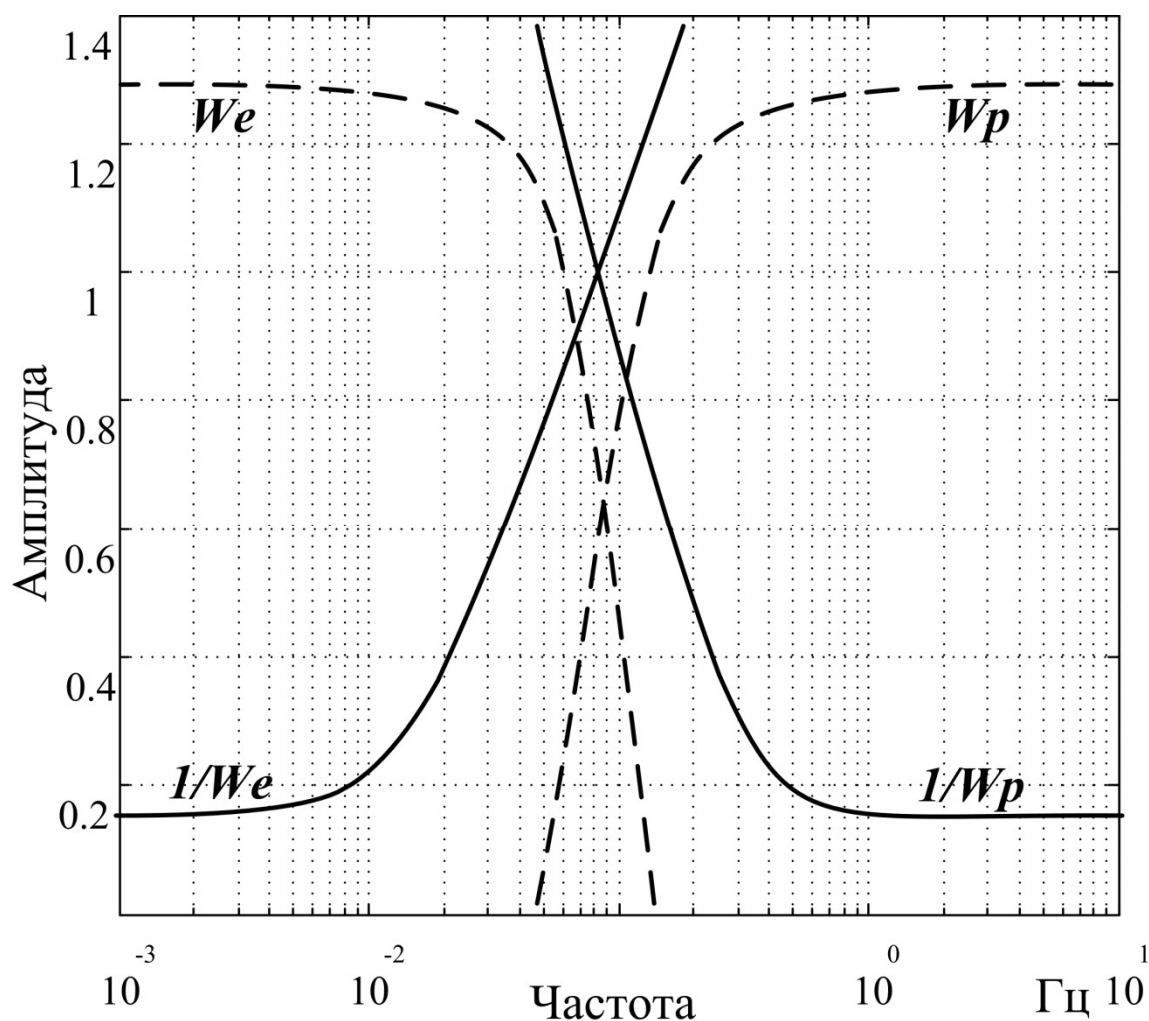


Рис. 5. Амплитудно – частотная характеристика весовых функций

Выбранная для примера задача синтеза является довольно трудной, так как наряду с обычными шумами n в датчиках и изменениями параметров ИМ (исполнительного механизма), самолёта (линейный объект с переменными параметрами) система управления должна противодействовать влияниям атмосферной турбулентности, при этом задача субоптимального линейного управления решается в случае неполного измерения вектора состояния системы.

Существенно, что в данной задаче стабилизации продольного движения для эффективного повышения маневренных свойств самолёта помимо руля высоты, используется дополнительный орган управления закрылками. В виду того, что на данном типе самолёта «Beaver» применяется ПД, который конструктивно выполнен с системой наддува, позволяющей повышать давление в цилиндрах двигателя и тем самым

увеличивать его мощность, то в дополнении к традиционному органу управления оборотами Ω используется и наддув ПД m .

В самолёте «Beaver» используется тросовая передача от сервомотора к поворотным механизмам управляющих поверхностей (рулей высоты и направления, элеронов). В модели принимаются в расчёт упругие свойства этой тросовой передачи, которые учитываются только первой модой колебаний и зависят от изменения натяжения тросов при изменении скоростного напора. Эти изменения при ИВС $V = 39$ м/с и $V_p = 51$ м/с приводят к изменению элементов матриц состояния в модели ИМ руля высоты. Для указанных ИВС эти матрицы будут иметь вид:

$$A_{ИМ}^p = \begin{bmatrix} -11 & \mathbf{7,3} & \mathbf{21} \\ 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{7,3} & \mathbf{-670} & \mathbf{-17} \end{bmatrix}; \quad A_{ИМ} = \begin{bmatrix} -11 & \mathbf{7,7} & \mathbf{22} \\ 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{7,3} & \mathbf{-710} & \mathbf{-19} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Значения элементов матриц в выражении (13), которые меняются при вариациях ИВС, выделены жирным шрифтом. Остальные матрицы $B_{ИМ}$, $C_{ИМ}$, определяющие модель ИМ руля высоты в пространстве состояний, являются постоянными и здесь не приводятся. Таким образом, модель неопределённости $\Delta(s)$ расширяется за счёт неопределённости параметров модели ИМ.

Исследование эффективности синтезированного регулятора было выполнено для случая как линейной (в качестве первого этапа), так и нелинейной модели (в качестве второго этапа). Применение регулятора синтезированного с помощью μ -синтеза, для управления нелинейным объектом представляет собой наиболее сложный случай неструктурированной параметрической неопределённости, поскольку в задаче синтеза используется линеаризованная модель.

Компоненты вектора мгновенной скорости турбулентного ветра, являющиеся основным источником стохастических внешних возмущений, могут быть аналитически представлены моделью Драйдена, которая широко используется для исследований поведения самолётов в условиях турбулентности [2–3; 9; 11]. В качестве помех измерений был выбран источник белого шума с нормальным распределением (Band-Limited White Noise). В процессе моделирования шум измерения имели следующую дисперсию: $D_{\Delta V} = 1$ м/с, $D_{\theta} = 0,25$ град., $D_q = 0,01$ град./с, $D_h = 25$ м.

На первом этапе для системы (6) с приведёнными значениями матриц (7) в соответствии с описанным выше алгоритмом, средствами ППП μ -Tools был выполнен синтез H_{∞} и μ -регуляторов, и получено наименьшее значение $\gamma = 2,75$ (формула (9)). На рис. 6 и рис. 7 приведены графики с целью сравнения качества переходных процессов H_{∞} и μ -регулятора соответственно (для модели со скоростью $V = 51$ м/с

(линия 1), $V = 45 \text{ м/с}$ (линия 2) и модели со скоростью $V = 39 \text{ м/с}$ (линия 3)).

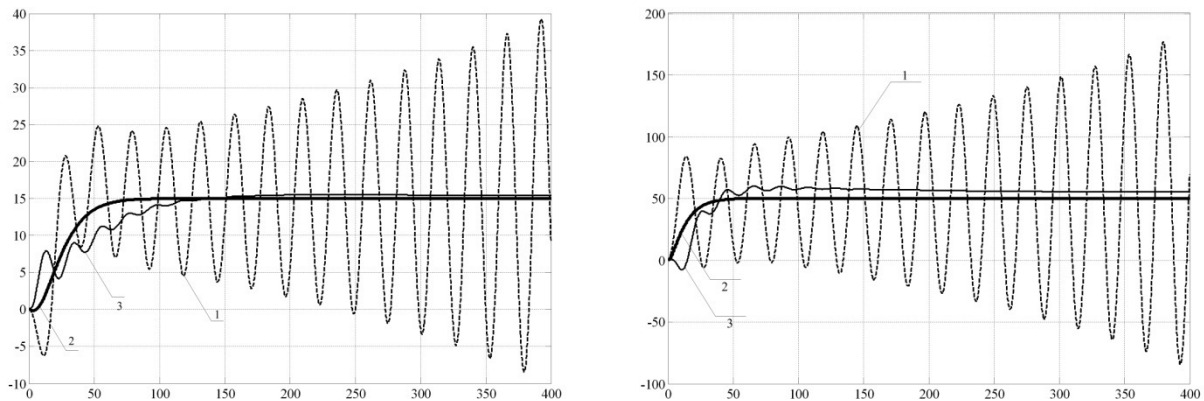


Рис. 6. Переходные процессы с H_∞ -регулятором: *а* – по скорости ΔV ; *б* – по высоте h

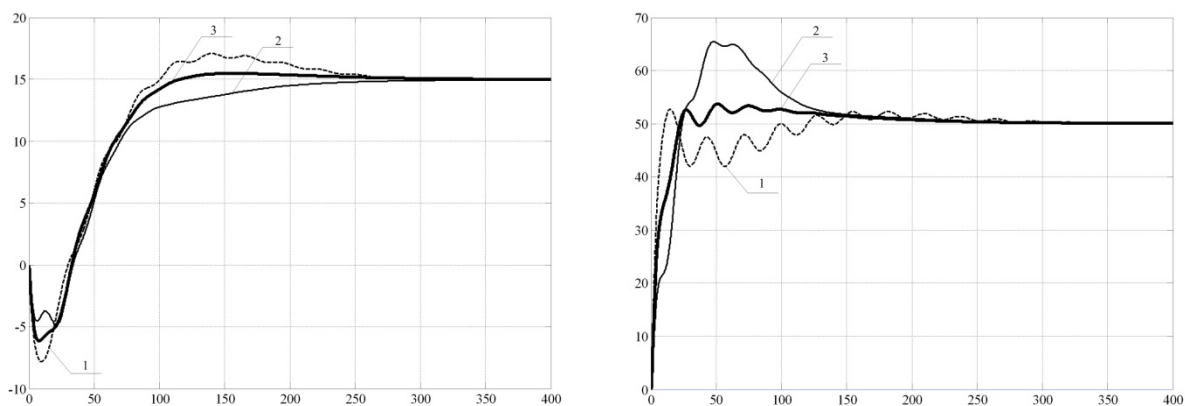


Рис. 7. Переходные процессы с μ -регулятором: *а* – по скорости ΔV ; *б* – по высоте h

В качестве второго этапа было выполнено моделирование для нелинейной модели. Заметим, что для более точного приближения математической модели ЛА к реальному объекту в описании ЛА была включена также и модель ИМ руля высоты. На рис. 8 для иллюстрации эффективности практического применения предложенного цикла синтеза приводятся результаты компьютерного моделирования процессов замкнутой системы «ЛА–автопилот» с **нелинейным** номинальным объектом (для параметрически возмущённой модели график имеет аналогичный вид и поэтому в данной работе не приводится), динамика которого описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений (1), дополненной моделью ИМ руля высоты, и линейным регулятором при наличии шумов измерений и действии на систему

внешних стохастических возмущений, описываемых моделью Драйдена [9; 11].

Из результатов моделирования следует, что применение наиболее известного синтеза H_∞ -регулятора не даёт возможности синтеза управления с нужными показателями робастной устойчивости и робастного качества даже для линейной модели, в то время как μ -синтез успешно решает данную задачу как для линейной, так и для конкретной нелинейной модели ЛА. В данной работе такой конкретной нелинейной моделью является эталонная (benchmark) модель самолёта «Beaver».

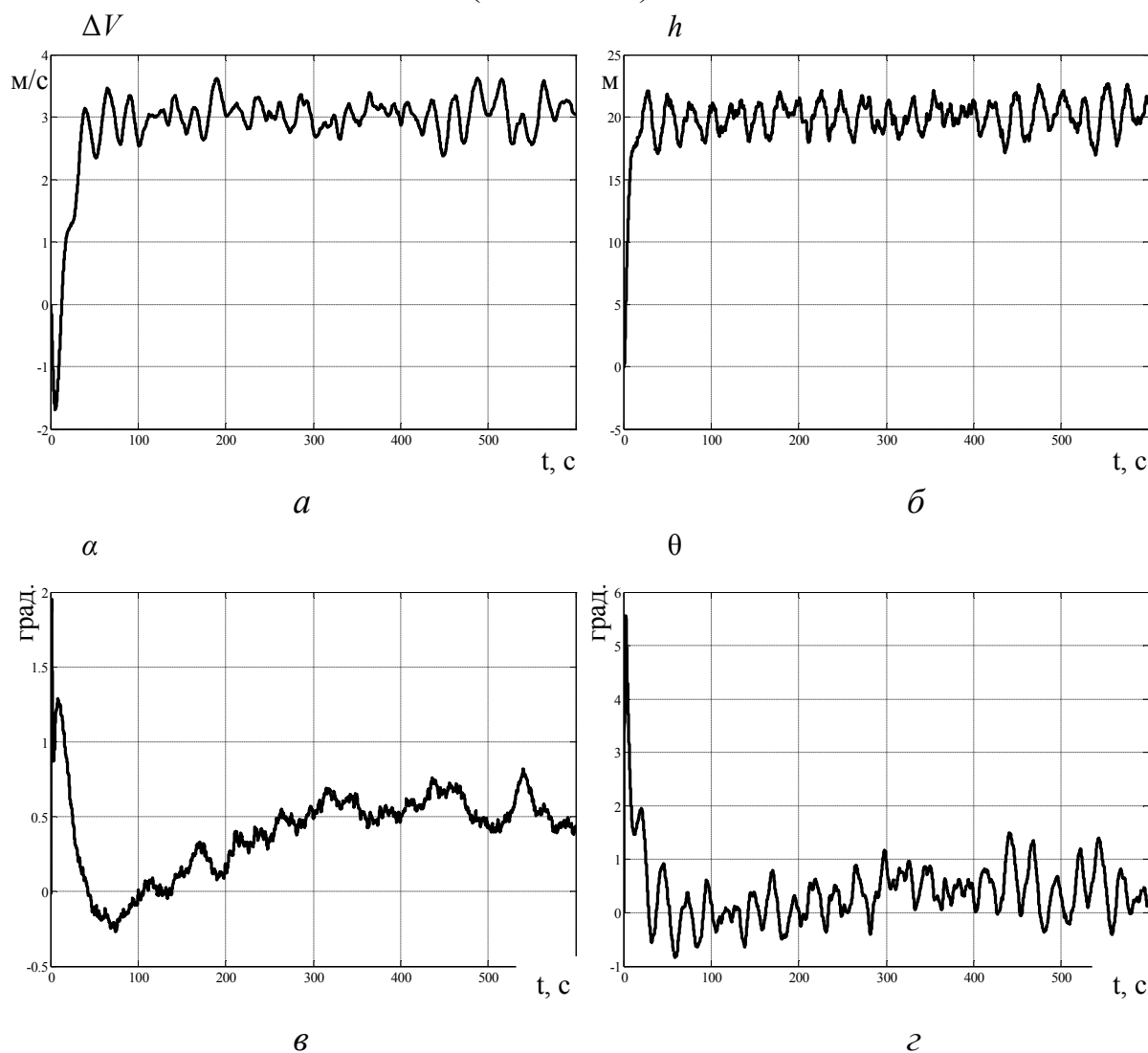


Рис. 8. Переходные процессы: *a* – по скорости ΔV ; *б* – по высоте h ;
в – по углу атаки α ; *г* – по углу тангажа θ

Выводы

Предложена процедура автоматизированного проектирования робастной системы управления полётом при структурированной и

неструктурированной неопределённости, основанная на технологии μ -синтеза.

Показано, что применение автоматизированной процедуры μ -синтеза позволяет получить более эффективные результаты, чем известная процедура H_∞ -синтеза.

В качестве примера рассмотрен синтез параметрически-робастного регулятора в продольном канале самолёта в режиме автоматической стабилизации, как высоты, так и ИВС при наличии неопределённости аэродинамических параметров, одновременном парировании воздействий ветра и помех в канале измерений.

Полученный в результате применения μ -синтеза робастный регулятор позволяет сохранить робастную устойчивость и робастное качество при значительных изменениях ИВС, чего невозможно достичь при применении процедуры H_∞ -синтеза.

Результаты моделирования с использованием полной нелинейной модели иллюстрируют работоспособность синтезированной системы управления полётом как для структурированных, так и неструктурированных параметрических возмущений.

Список использованной литературы

1. *Feng Lin*. Robust Control Design: An Optimal Control Approach. [John Wiley & Sons, Ltd.](#) – 2007. – P. 378.
2. *Pratt R.W.* Flight Control Systems: Practical issues in design and implementation. Edited by IEE Control Engineering Series 57, IEEE Publ., Padstowe, Cornwall, 2000. – P. 382.
3. *Magni J.-F., Bennani S. and Terlouw J.* // Robust flight control: a design challenge// μ -Synthesis Approach (1). Samir Bennani and Gertjan Looye. P. 321–341. μ -Synthesis Approach (2). Jan Shuring and Rob M.P.Goverde. P. 341–360.
4. *Chapellat H., Dahleh M., Bhattacharyya S.P.* Robust stability under structured and unstructured perturbations. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 35, №. 10, 1990. – P. 1100–1108.
5. *Skogestad S, Postlethwaite I.* Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. John Wiley & Sons, New York, 1997. – P. 559.
6. *Lin C.-F.* Advanced Control Systems. Design, Englewood Cliffs, NJ: PTR Rentice. Hall, 1994. – P. 664.

7. *Тунік А.А., Абрамович О.О.* Робастна параметрична оптимізація дискретної системи управління з неструктурованими параметричними збуреннями. Вісник НАУ, №2, 2004. С. 30–35.
8. *Zhou K., Doyle J.C.* Essentials of Robust Control. Prentice Hall, May 1999. – P. 411.
9. *McLean D.* Automatic Flight Control Systems. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1990. – P. 593.
10. *Hawley P., Stevens T.* Two sets of benchmark problems for computer-aided control systems design packages // Proc. 3rd Symp. on Computer-aided Control Systems Design of IEEE Control system Society. – Arlington, 1986.
11. *Rauw M.O.* A SIMULINK environment for Flight Dynamics and Control analysis – Application to the DHC 2 Beaver (2 parts). MSc-thesis, Delft University of Technology, Faculty of Aerospace Engineering, Delft, The Netherlands, 1993. – P. 278.
12. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С* // Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и телемеханика. – 2005. – №5.
13. *Glover, K. and Doyle J.C.* "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ norm bound and relations to risk sensitivity", Systems and Control Letters, Vol. 11, 1988. – P. 167–172.
14. *Packard, A., Doyle J. and Balas G.* "Linear, multivariable robust control with a μ perspective," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 50th Anniversary Issue, Vol. 115, №. 2b, 1993. – P. 310–319.
15. *Тунік А.А., Галкін Є.В., Мельник К.В.* H_∞ -оптимізація системи керування польотом // журнал Електроніка та системи управління (НАУ), № 2 (8), 2006. – С. 107–118.
16. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.