

ДИНАМИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СКОЛЬЗЯЩЕЙ КОНТАКТНОЙ ГРУППЫ УПРАВЛЯЮЩЕЙ АППАРАТУРЫ

Введение

Проблема повышения надежности приборов и их комплексов остро ставится в ряде современных видов техники, например, в ракетостроении, авиации, радиолокации и т.п.

Успешное функционирование аппаратуры в значительной степени зависит от безотказной работы многочисленных электрических элементов и, в частности, от скользящих электрических контактов.

Тенденция к миниатюризации элементов управляющей аппаратуры вызвала необходимость создания слаботочных скользящих электрических контактов, в связи с чем встала проблема обеспечения надежного контактирования.

В некоторых системах управления потеря контактирования допускается до двух миллисекунд. Наиболее трудно проблема решается применительно к потенциометрическим элементам и с явно ребристой контактной поверхностью, возбуждающей динамические процессы в контактной щетке.

Учет различных, но важных компонентов в динамических процессах позволяет достичь высокой надежности в работе потенциометрических датчиков.

Постановка задачи

Флуктуации выходного сигнала (шумы) проволочных потенциометров, обусловленные тем, что при превышении критической скорости токосъемный элемент теряет контакт с поверхностью резистора, являются одним из основных недостатков. Критическая скорость токосъемного элемента зависит от контактного давления и геометрии контактирующих элементов. Особенно важно знать величину критической скорости контактной щетки функциональных потенциометров, в которых необходимая зависимость достигается за счет изменения толщины навитого провода или шага катушки.

Определение критической скорости контактной группы

Рассмотрим определение критической скорости контактной щетки $v_{кр}$, при которой возможен ее отрыв от обмотки сопротивления. Величину перемещения щетки $y(x; t)$ в произвольном сечении можно представить следующим образом (рис. 1):

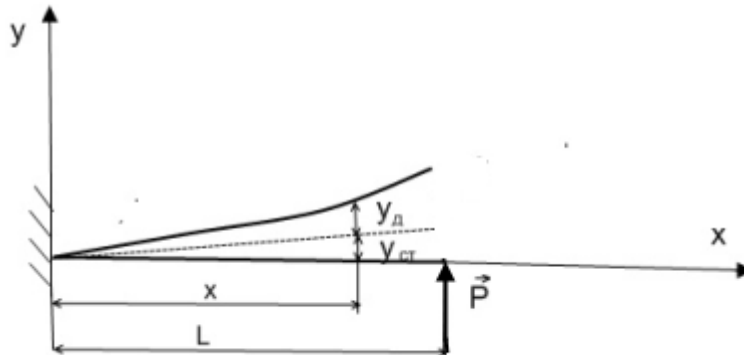


Рис. 1. Перемещения щетки

$$y(x;t) = y_{ст}(x) = y_{дин}(x;t), \quad (1)$$

где $y_{ст}(x)$ – прогиб щетки в произвольном сечении после предварительного поджатия силой P ;

$y_{дин}(x;t)$ – прогиб щетки в произвольном сечении в процессе колебаний в момент времени t .

Определим статический прогиб щетки $y_{ст}(x)$.

Рассматривая щетку как консольный стержень, запишем уравнение изогнутой оси стержня [1]:

$$EIy_{ст}''(x) = M_{изг}(x) = P(L-x). \quad (2)$$

Дважды проинтегрировав уравнение (2) и определив константы интегрирования из граничных условий в заделке и в точке контакта, получим выражение для $y_{ст}(x)$:

$$y_{ст}(x) = \frac{PL}{3EI} \left(\frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{2} \frac{x^3}{L} \right) \quad (3)$$

или

$$y_{ст}(x) = \frac{PL}{3EI} \left(3x^2 - \frac{x^3}{L} \right). \quad (4)$$

Здесь E – модуль Юнга материала щетки;

I – момент инерции сечения щетки.

Подставляя в выражение (4) значение $X=L$ в точке контакта получим

$$y_{ст}(x) = \frac{PL^3}{3EI}. \quad (5)$$

Тогда отношение $y_{ст}(x)/y_{ст}(L)$ будет равно

$$\frac{y_{ст}(x)}{y_{ст}(L)} = \frac{3}{2} \frac{x^2}{L^2} - \frac{1}{2} \frac{x^3}{L^3}. \quad (6)$$

Формулу (6) перепишем в следующем виде:

$$y_{ст}(x) = y_{ст}(L) \left(\frac{3}{2} \frac{x^2}{L^2} - \frac{1}{2} \frac{x^3}{L^3} \right), \quad (7)$$

где $y_{ст}(L)$ – предварительное поджатие контактной щетки.

Определим скорость отрыва контактной щетки от обмотки сопротивления. Скорость будем определять из условий, что при отрыве лапки щетки от обмотки сопротивления, реакция на щетку равна нулю и прогиб на конце щетки есть какая-то заданная функция времени, т.е.

$$w(t) = y_{ст}(L) + y_{дин}(L; t), \quad (8)$$

причем $t = \frac{S}{v}$, где v – скорость движения щетки; S – дуговая координата конца щетки.

Освобождая щетку от связей, приложим ко всем ее элементам их силы инерции и рассмотрим равновесие щетки под действием внутренних упругих сил и сил инерции.

При этом проекции погонных сил инерции отдельных элементов щетки на вертикальную ось y должны быть равны

$$q_{ин} = -\mu \ddot{y}_{дин}(x; t), \quad (9)$$

где μ – погонная масса щетки.

Найдем прогиб на конце щетки от действия сил инерции и упругих сил и приравняем этот прогиб заданной функции $w(t)$ (8), в результате чего получим уравнение для определения скорости отрыва щетки. Ввиду незначительных прогибов щетки предположим, что

$$\frac{y_{дин}(x, t)}{y_{ст}(x)} = \frac{y_{дин}(L, t)}{y_{ст}(L)}. \quad (10)$$

Отсюда

$$y_{\text{дин}}(x;t) = \frac{y_{\text{дин}}(L,t)}{y_{\text{ст}}(L)} y_{\text{ст}}(x). \quad (11)$$

Обозначим $y_{\text{дин}}(x;t) = T(t)$, тогда

$$y_{\text{дин}}(x;t) = \frac{T(t)}{y_{\text{ст}}(L)} y_{\text{ст}}(x). \quad (12)$$

Следовательно проекции погонных сил инерции элементов щетки на ось Y будут равны:

$$q_{\text{ин}} = -\mu \frac{\ddot{T}(t)}{y_{\text{ст}}(L)} y_{\text{ст}}(x). \quad (13)$$

Или с учетом выражения (7)

$$q_{\text{ин}} = -\mu \ddot{T}(t) \left(\frac{3}{2} \frac{x^2}{L^2} - \frac{1}{2} \frac{x^3}{L^3} \right); \quad (14)$$

Силы инерции создают в щетке изгибающий момент (рис. 2), который определяют по формуле:

$$M_{\text{изг}} = \int_x^L q_{\text{ин}}(\varphi)(\varphi - x) d\varphi = -\mu \frac{\ddot{T}(t)L^2}{2} \left(\frac{11}{20} - \frac{3x}{4L} + \frac{1x^4}{4L^4} - \frac{1x^5}{20L^5} \right). \quad (15)$$

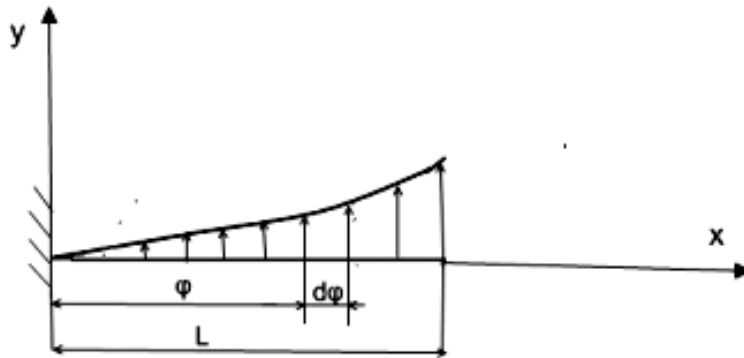


Рис. 2. Распределение сил инерции в щетке

Тогда дифференциальное уравнение упругой линии щетки будет иметь вид:

$$EI \frac{d^2 y(x;t)}{dx^2} = -\mu \frac{\ddot{T}(t)L^2}{2} \left(\frac{11}{20} - \frac{3x}{4L} + \frac{1x^4}{4L^4} - \frac{1x^5}{20L^5} \right). \quad (16)$$

Из выражения (16), с учетом того, что при $x = 0$,

$\frac{d^2 y(x;t)}{dx^2} = 0$ и $y(x;t) = 0$, можно определить значение перемещения щетки в произвольном сечении:

$$y(x;t) = -\mu \frac{\ddot{T}(t)L^2}{2EI} \left(\frac{11x^2}{40L^2} - \frac{1x^3}{8L^3} + \frac{1x^6}{120L^6} - \frac{1x^7}{840L^7} \right). \quad (17)$$

Тогда прогиб в точке контакта будет равен

$$y(L,t) = -\frac{129\mu\ddot{T}(t)L^4}{1680EI}. \quad (18)$$

Но, так как $y(L,t) = \varphi(t) = y_{ст}(L) + y_{дин}(L,t)$, где

$$-\frac{129\mu\ddot{T}(t)L^4}{1680EI} = y_{ст}(L) + T(t) \quad (19)$$

Или

$$\ddot{T}(t) + \frac{1680EI}{129\mu L^4} T(t) + \frac{1680EI}{129\mu L^4} y_{ст}(L) = 0. \quad (20)$$

Поскольку $t = \frac{S}{v}$, где S – дуговая координата конца щетки, а v – ее скорость, то рассматривая функцию $T(t)$ как сложную функцию, получим:

$$\ddot{T}(t) = \frac{d^2 T(S)}{dS^2} v^2. \quad (21)$$

С учетом формулы (21) выражение (20) примет вид:

$$\ddot{T}(s) v^2 + \frac{1680EI}{129\mu L^4} T(s) + \frac{1680EI}{129\mu L^4} y_{ст}(L) = 0. \quad (22)$$

Отсюда критическая скорость щетки, при которой произойдет ее отрыв от обмотки сопротивления определится как:

$$v_{кр} = \frac{3,6}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \sqrt{-\frac{T(S) + y_{ст}(L)}{\ddot{T}(S)}} \quad (23)$$

Отрицательный знак под корнем показывает, что критическая скорость щетки направлена противоположно силам инерции.

Колебания щетки

Представляет интерес задача о колебаниях щетки. Рассмотрим модель щетки, которая совершает колебательное движение (рис. 3).

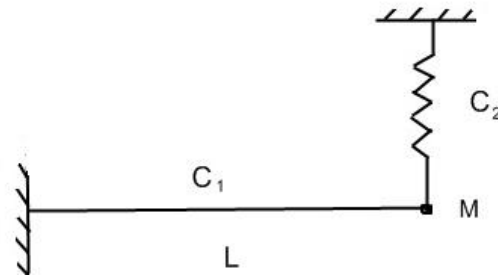


Рис. 3. Модель колебательной системы щетки

Обозначим M – сосредоточенная масса, C_1 – жесткость щетки, C_2 – жесткость упругого элемента. Жесткость C_1 определяется по известной формуле [1], как

$$C_1 = \frac{3EI}{L^3}. \quad (24)$$

Уравнение свободных колебаний щетки запишется следующим образом:

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0; \quad \omega^2 = C/M, \quad (25)$$

где ω^2 – квадрат собственной частоты, C – суммарный коэффициент жесткости системы. Учитывая, что соединение жесткостей параллельное (рис. 3), суммарный коэффициент жесткости определяется как

$$C = C_1 + C_2 = \frac{3EI}{L^3} + C_2 = \frac{3EI + C_2 L^3}{L^3}. \quad (26)$$

Тогда собственная частота щетки будет равна:

$$\omega = \sqrt{\frac{3EI + C_2 L^3}{ML^3}}. \quad (27)$$

Решение уравнения (25) ищем по методу Эйлера в виде

$$y = B e^{\lambda t}. \quad (28)$$

Подставляя (28) в (25), получим характеристическое уравнение, корни которого будут иметь вид:

$$\lambda_1 = i\omega; \quad \lambda_2 = -i\omega. \quad (29)$$

Тогда в общем виде решение уравнения (25) будет следующим:

$$y = B_1 e^{i\omega t} + B_2 e^{-i\omega t} = A \cos(\omega t - \varphi). \quad (30)$$

Здесь $B_1 = \frac{A}{2} e^{-i\varphi}$; $B_2 = \frac{A}{2} e^{i\varphi}$. Амплитуду A и начальную фазу φ можно определить из начальных условий:

$$y|_{t=0} = y_0; \quad \dot{y}|_{t=0} = \dot{y}_0. \quad (31)$$

Тогда

$$A = \sqrt{y_0^2 + \frac{\dot{y}_0^2}{\omega^2}}; \quad \tan \varphi = \frac{\dot{y}_0}{\omega y_0}. \quad (32)$$

Рассмотрим теперь случай вынужденных колебаний щетки, вызванных гармоническим силовым возбуждением $P \cos \tilde{p}t$.

Дифференциальное уравнение малых вынужденных колебаний относительно положения устойчивого равновесия имеет вид:

$$\ddot{y} + \omega^2 y = \frac{P}{M} \cos \tilde{p}t. \quad (33)$$

Здесь P – амплитуда вынуждающей силы, \tilde{p} – частота вынуждающей силы.

Частное решение уравнения (33) ищем в виде

$$y = \tilde{A} \cos(\tilde{p}t - \tilde{\varphi}), \quad (34)$$

где \tilde{A} и $\tilde{\varphi}$ – амплитуда и угол сдвига фазы перемещения относительно фазы вынуждающей силы. Подставляя (34) в (33) получим

$$\tilde{A}(\omega^2 - \tilde{p}^2)(\cos \tilde{p}t \cos \tilde{\varphi} + \sin \tilde{p}t \sin \tilde{\varphi}) = \frac{P}{M} \cos \tilde{p}t. \quad (35)$$

Откуда

$$\tilde{A} = \frac{P}{M|\omega^2 - \tilde{p}^2|}; \quad \tilde{\varphi} = \begin{cases} 0; & \omega^2 - \tilde{p}^2 > 0; \\ \pi; & \omega^2 - \tilde{p}^2 < 0. \end{cases} \quad (36)$$

Общее решение уравнения вынужденных колебаний щетки будет иметь вид:

$$y = A \cos(\omega t - \varphi) + \frac{P}{M|\omega^2 - \tilde{p}^2|} \cos(\tilde{p}t - \tilde{\varphi}). \quad (37)$$

Из выражения (37) видно, что, если частота вынуждающей силы \tilde{p} мало отличается от собственной частоты щетки ω , то возникает явление резонанса.

Выводы

В работе исследовано поведение скользящих электрических контактов, необходимых для надежной работы потенциметрических датчиков.

Получена формула для определения критической скорости щетки, при которой возможен ее отрыв от обмотки сопротивления. Полученные в

работе уравнения движения и выражение для определения собственной частоты щетки дают возможность отстроиться от резонанса и позволяют спроектировать данный механизм устойчивым в работе.

В дальнейшем целесообразно исследовать нелинейные колебания скользящих электрических контактов, а также их колебания с учетом рассеяния энергии.

Список использованной литературы

1. Опір матеріалів/ Г.С.Писаренко, О.Л.Квітка, Е.С.Уманський.- К. Вища школа ,2004. – 655с.
2. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху.К. Вища школа ,2004.–525с.